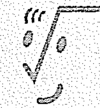
"parabol"üm sıfır diyenlere

"parabol"e sıfırdan başlamak isteyenlere

PARABOL 0 sıfır

Hüseyin BUĞDAYOĞLU



KAREKÖK

İÇİNDEKİLER

MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ

Modüler Piramit Sistemi'nde pratik yöntem ile teorik yöntem örtüşmüştür. Genellikle uygulamaya geçirilemeyen ve ihmal edilen amaç ve davranışlar sorular ile ifade edilmiştir. Bu bağlamda Modüler Piramit Sistemi'nde her KÖŞETAŞI bir davranışın soru biçiminde yazılmasıdır. Köşetaşı, bir piramitin köşesindeki taş gibi düşünülmüştür. Bu taş belirlenmiş olan yere konulduktan sonra aynı sıraya ait taşlar kolayca yerleştirilebilecektir. Köşetaşı, AÇIKLAMALI ÇÖZÜM ile anlatıldıktan sonra verilen 4 alıştırma sorusu kolayca çözülebilecektir.

Köşetaşlarına karşılık gelen AMAÇLAR, konunun başında verilmiştir. Böylece konuya ait içindekiler bölümü de oluşturuldu.

Kitabın sayfaları düzenli biçimde kullanıldı. Her sayfaya bir köşetaşı, açıklamalı çözümü ve alıştırma soruları yazıldı.

KÖŞETAŞLARI numaralandırılarak sayfanın başına yerleştirilmiştir. Köşetaşları uzman öğreticinin düşünce ve yaklaşımlarının noktasal somutlaştırılmasıdır. Dikkatle incelendiğinde köşetaşlarının arasındaki eytişim fark edilecektir. Köşetaşları arasındaki bağ, temelden yukarıya, kolaydan zora doğru seviyelendirilerek kurulup, gönderimlerle güçlendirildi. Köşetaşlarının bağımsız öğrenilebilmesi için çözümler açıklamalı yapıldı.

AÇIKLAMALI ÇÖZÜM bölümünde öğrenciden istenen tepki köşetaşının hemen ardından verilmektedir. Sezgiye dayalı öğrenmeye destek olması amacıyla çözümü destekleyici ispat, teorem ve alternatif çözümler de bu bölümde verilmektedir. Bir konunun bu bölümlerinde anlatılanların toplamı, herhangi bir konu anlatımlı kitabın açıklamaları toplamından fazladır. Bu da ezberci bir yaklaşıma uzak durulmak istenmesindendir.

TARAMA TESTİ

Bir konudaki köşetaşlarının sayısı kadar soru içerir. Her köşetaşından sırasıyla birer soru vardır. Tarama testindeki n. soru, konunun n. köşetaşının benzeridir. Bu testte olumsuz tepki alınan sorunun numarasından, besleme yapılması (tekrar edilmesi) gereken köşetaşı anlaşılacaktır.

Belirli bir seviyeye ulaşmış öğrencilerle yapılan çalışmalarda, önce tarama testi uygulanarak zaman kazanılabilir. Bu uygulama sonucunda, çözülemeyen sorular hemen köşetaşlarından çalışılarak öğrenilebilir.

ÖSYS SORULARI

Öğrencinin, hedefi olan ÖSYS sorularını görmesini sağlayan testtir. Bu sorular öğrenci tarafından tekrar tekrar çözülebilir.

KONU TESTİ

Dershanelerde verilen yaprak testlerin benzeridir. MODÜLER PİRAMİT SİSTEMİ'nde uzun bir çalışmadan sonra bu testler verilir. Selesinden tutularak yol aldırılan acemi bisiklet binicisinin selesinin bırakıldığı testlerdir. Herhangi bir soru kitabında bulunabilecek sorular içermektedir.

BÖLÜM 1

İkinci Dereceden Denklemlerde Kök Bulma

KÖŞETAŞI	KAZANIMLAR
1.	İkinci dereceden denklemi tanır.
2.	Kök ve çözüm kümesini tanır.
3.	İki veya daha fazla birinci dereceden denklemin çarpımıyla elde edilen denklemin köklerini bulur.
4.	Ortak çarpan parantezine alma veya iki kare farkı yöntemlerini kullanarak ikinci dereceden denklemlerin köklerini bulur.
5.	Üç terimlilerin çarpanlara ayrılması yöntemiyle ikinci dereceden denklemin köklerini bulur.
6.	Diskriminantı tanımlar.
7.	Denklemin diskriminantını bularak köklerin varlığı hakkında yorum yapar.
8.	Diskriminant yardımıyla denklemin köklerini bulur.
9.	Kesirli ifadeleri ikinci dereceden denklemlere çevirerek köklerini bulur.
10.	Kareköklü denklemlerin köklerini bulur.
11.	Değişken değiştirme yöntemiyle ikinci dereceden denklemlerin köklerini bulur.

köşetaşı

$x^{m+5} + 2x - m = 0$

denklemi ikinci dereceden bir denklem olduğuna göre, m kaçtır?

açıklamalı çözüm

Öncelikle kolay bir eşitlik yazalım.

$4^2 + 2 \cdot 4 - 24 = 0$

Bu eşitlikte 4 ü gizleyelim. Bunu da 4 yerine bilinmeyeni ifade eden x i kullanarak yapalım.

$x^2 + 2x - 24 = 0$

Bu şekilde bilinmeyeni ifade eden harfin en büyük kuvveti 2 olan denklemlere ikinci dereceden denklem denir.

Bu bölümde ikinci dereceden denklemlerdeki x değerlerini bulmaya çalışacağız.

a, b, c, $\in$R ve a $\neq$ 0 olmak üzere, ikinci dereceden denklemleri $ax^2 + bx + c = 0$ şeklinde ifade edeceğiz.

Köşetaşının çözümü:

İkinci dereceden denklemlerde x in kuvveti en çok 2 olduğundan $m + 5 = 2 \Rightarrow m = -3$ bulunur.

Bir Soru Daha:

a ve b reel sayı olmak üzere,

$(a + 2) \cdot x^3 - x^{b-3} + 2x + 1 = 0$

denklemi ikinci dereceden bir denklem olduğuna göre, a + b kaçtır?

Verilen denklem ikinci dereceden olacağından öncelikle x^3 ü yok etmeliyiz. Bunu da katsayısını sıfıra eşitleyerek yapabiliriz.

$a + 2 = 0 \Rightarrow a = -2$

Kalan $-x^{b-3} + 2x + 1 = 0$ denkleminde x in en büyük kuvveti 2 olmalıdır.

$b - 3 = 2 \Rightarrow b = 5$

Buna göre, a + b = 3 bulunur.

1. **Aşağıdakilerden hangisi ikinci dereceden bir denklem <u>değildir</u>?**

A) $x^2 + x = 0$ B) $2m^2 - m = 4$

C) $a^2 + 1 = 10$ D) $t^3 + t - 1 = 0$

E) $y - 1 = y^2 + 4$

2. $x^{p-4} + 4x - 1 = 0$

denklemi ikinci dereceden bir denklem olduğuna göre, p kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $(m + 5)x^4 - (n - 1)x^3 + m \cdot n \cdot x^2 - x + 2 = 0$

denklemi ikinci dereceden bir denklem olduğuna göre, m + n kaçtır?

A) –4 B) –3 C) –1 D) 2 E) 4

4. $(p + q - 4) \cdot a^{p-1} + a - 3 = 0$

denklemi a ya bağlı ikinci dereceden bir denklem olduğuna göre, q aşağıdakilerden hangisine eşit <u>olamaz</u>?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

D E A A

köşetaşı

$x^2 - mx + n = 0$ denkleminin kökleri 1 ve –2 olduğuna göre, m.n kaçtır?

açıklamalı çözüm

Kök Kavramı

Bir denklemde bilinmeyenin yerine yazıldığında denklemi doğrulayan (sağlayan) değerlere denklemin kökleri denir. Bu köklerin oluşturduğu kümeye denklemin çözüm kümesi denir. Kökleri x_1 ve x_2 olan bir denklemin çözüm kümesi $\{x_1, x_2\}$ şeklinde yazılır. Kısacası denklemin kökü, denklemdeki bilinmeyenin kendisidir.

Örneğin; $x^2 - x = 0$ denkleminin köklerinden biri 1 dir. Bunu doğrulamak için denklemde x yerine 1 yazılırsa $1^2 - 1 = 0 \Rightarrow 0 = 0$ elde edilir. Yani, x = 1 değeri denklemi sağlar.

Denklemlerin en fazla dereceleri kadar farklı kökü olur. Bu nedenle ikinci dereceden denklemlerin en çok 2 farklı kökü bulunur.

Köşetaşının çözümü:

1 ve –2 değerleri denklemin kökleri ise denklemde x yerine bu değerleri yazabiliriz.

x = 1 için $1 - m + n = 0 \Rightarrow -m + n = -1$

x = –2 için $4 + 2m + n = 0 \Rightarrow$ $-$ $2m + n = -4$

$-3m = 3$

$m = -1$

$-m + n = -1 \Rightarrow 1 + n = -1 \Rightarrow n = -2$

Buna göre, $m \cdot n = (-1) \cdot (-2) = 2$ bulunur.

1. $x^2 - (a - 3)x + 6 = 0$

ikinci dereceden denkleminin bir kökü 2 olduğuna göre, a kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2. $(n + 1)x^2 - nx + n - 4 = 0$

denkleminin köklerinden biri –1 olduğuna göre, n kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $x^2 + ax + b = 0$

denkleminin çözüm kümesi {–1, 3} olduğuna göre, a kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

4. $x^2 - ax + c = 0$ denkleminin bir kökü 4,

$x^2 + 4bx + c = 0$ denkleminin bir kökü 1 dir.

Buna göre, a + b kaçtır?

A) $\frac{9}{5}$ B) $\frac{12}{5}$ C) $\frac{15}{4}$ D) $\frac{17}{4}$ E) $\frac{20}{3}$

karekök

E A B C

köşetaşı

a) $(x + 2)\cdot(2x - 1) = 0$ b) $\dfrac{(x-3)\cdot(x+4)}{x-2} = 0$

denklemlerinin çözüm kümelerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Çarpım Şeklinde Verilen Denklemlerde Kök Bulma

a) İki ifadenin çarpımı sıfıra eşit ise çarpılan ifadelerden en az biri sıfıra eşittir. Bu durumda çarpılan ifadeler ayrı ayrı sıfıra eşitlenir.

$(x + 2).(2x - 1) = 0$: $x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$; $2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ $\Big\}$ Ç.K. $= \left\{-2, \frac{1}{2}\right\}$

b) Sıfıra eşit olan bir kesrin payı sıfıra eşitlenerek çözüm kümesi bulunur. Paydayı sıfır yapan x değeri çözüm kümesine alınmaz.

$\dfrac{(x-3)\cdot(x+4)}{x-2} = 0 \Rightarrow (x-3)\cdot(x+4) = 0$: $x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$; $x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4$ $\Big\}$ Ç.K. $= \{-4, 3\}$

1. $(x + 3)\cdot(4 - 2x) = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-3, -2\}$ B) $\{-3, 2\}$ C) $\{-4, -3\}$ D) $\{-3, 4\}$ E) $\{3, 4\}$

2. $(3x + 1)\cdot(2x + 8)\cdot x = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-4, 0\}$ B) $\left\{-4, -\frac{1}{3}\right\}$ C) $\left\{-\frac{1}{3}, 0\right\}$ D) $\left\{-4, -\frac{1}{3}, 0\right\}$ E) $\left\{-\frac{1}{3}, 0, 4\right\}$

3. $2a^2 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-2, 0\}$ B) $\{0, 2\}$ C) $\{0\}$ D) $\{-1, 0\}$ E) $\{-2, 2\}$

4. $\dfrac{(x+3)\cdot(x-1)\cdot(x+5)}{6-3x} = 0$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

A) −7 B) −5 C) −4 D) −2 E) −1

karekök

B D C A

köşetaşı

a) $2x^2 - 5x = 0$ b) $x^3 - 9x = 0$

denklemlerinin çözüm kümelerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

İkinci dereceden denklemlerin köklerini bulmak için bazı çarpanlarına ayırma yöntemlerinden ve özdeşliklerden yararlanırız. Buradaki amacımız verilen ifadeyi çarpma durumuna getirip çarpılanları ayrı ayrı sıfıra eşitlemektir.

a) $2x^2 - 5x = 0$ denkleminde iki terimde de x olduğundan denklemin sol tarafını x parantezine alabiliriz.

$x(2x - 5) = 0 \Rightarrow x = 0$ veya $2x - 5 = 0$

$x = \frac{5}{2}$

Ç.K. $= \left\{0, \frac{5}{2}\right\}$

b) Verilen ifadede x ortak çarpan olduğundan paranteze alınır.

$x^3 - 9x = 0 \Rightarrow x\cdot(x^2 - 9) = 0$

$x^2 - 9$ ifadesi bize iki kare farkı özdeşliğini hatırlatır.

$x(x^2 - 9) = 0 \Rightarrow x\cdot(x - 3)\cdot(x + 3) = 0$ olduğundan

$x = 0$

$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$

$x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$

Ç.K. $= \{-3, 0, 3\}$

Ortak Çarpan Parantezine Alma

$ax + bx = x(a + b)$

- $x^2 - x = x(x - 1)$
- $x^2 + 4x = x(x + 4)$
- $2a^2 + 7a = a(2a + 7)$

İki Kare Farkı

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

- $x^2 - 1 = (x - 1)(x + 1)$
- $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$
- $a^2 - 25 = (a - 5)(a + 5)$
- $9y^2 - 4 = (3y - 2)(3y + 2)$

1. $x^2 - 6x = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{0\}$ B) $\{6\}$ C) $\{-6, 0\}$ D) $\{0, 6\}$ E) $\{-6, 6\}$

2. $2a^2 - 32 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-4, 4\}$ B) $\{-4, 0\}$ C) $\{0, 4\}$ D) $\{-4, 2\}$ E) $\{2, 4\}$

3. $2t^2 = 3t$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{0\}$ B) $\left\{\frac{3}{2}\right\}$ C) $\left\{0, \frac{3}{2}\right\}$ D) $\left\{-\frac{2}{3}\right\}$ E) $\left\{-\frac{2}{3}, 0\right\}$

4. $\dfrac{3x^2 - 27}{x + 3} = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir? *(Sadeleşeni unutma!)*

A) $\{-3\}$ B) $\{3\}$ C) $\{0, 3\}$ D) $\{-3, 3\}$ E) ∅

karekök

D A C B

köşetaşı

a) $x^2 + 4x + 3 = 0$ b) $2x^2 - x - 1 = 0$

denklemlerinin çözüm kümelerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Üç Terimlileri Çarpanlarına Ayırarak Kök Bulma

İkinci dereceden denklemlerin köklerini bulmak için en çok kullanılan çarpanlara ayırma yöntemi üç terimlilerin çarpanlara ayrılmasıdır.

a) Öncelikle derecesi 2 olan terim ile sabit terimin çarpanlarını altına yazarız.

$x^2 + 4x + 3 = 0$

x   +3

x   +1

$3x + x = 4x$

$\Rightarrow (x + 3)\cdot(x + 1) = 0$

Oklarla gösterildiği gibi çarpma yapıp elde edilen terimleri topladığımızda bize ortadaki terimi veriyorsa çarpanları doğru yazdık demektir. Sonrasında her çarpanı yanındaki ile aynı parantezin içine yazarak ifadeyi çarpanlarına ayırmış oluyoruz.

$(x + 3)\cdot(x + 1) = 0 \Rightarrow x = -3, \quad x = -1 \Rightarrow$ Ç.K. $= \{-3, -1\}$

b) $2x^2 - x - 1 = 0$

2x   +1

x   −1

$-2x + x = -x$

$(2x + 1)\cdot(x - 1) = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}, \; x = 1 \Rightarrow$ Ç.K. $= \left\{-\frac{1}{2}, 1\right\}$

ÖRNEKLER

- $x^2 - 2x - 8 = 0$
  x   −4
  x   +2
  $(x - 4).(x + 2) = 0$
- $a^2 + 5a - 14 = 0$
  a   +7
  a   −2
  $(a + 7).(a - 2) = 0$
- $3t^2 - t - 2 = 0$
  3t   +2
  t   −1
  $(3t + 2).(t - 1) = 0$

1. $2x^2 + x - 6 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-2\}$ B) $\left\{\frac{3}{2}\right\}$ C) $\{-2, 0\}$

D) $\left\{-\frac{3}{2}, 2\right\}$ E) $\left\{-2, \frac{3}{2}\right\}$

2. $a^2 - 5a + 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2}$ kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $(x^2 + 2x)\cdot(x^2 - x - 20) = 0$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

4. $\dfrac{x^2 - 5x + 6}{2x^2 - 18} = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-3, 2\}$ B) $\{-3\}$ C) $\{2\}$

D) $\{2, 3\}$ E) $\varnothing$

karekök

E B B C

köşetaşı

$2x^2 - x - 6 = 0$

denkleminin diskriminantı (Δ) kaçtır?

açıklamalı çözüm

Diskriminant

Çarpanlarına ayıramadığımız ikinci dereceden ifadeleri usta matematikçiler bizim için çarpanlarına ayırmışlar. Bunu da formülleştirerek ikinci dereceden denklem çözümünün genel yöntemini oluşturmuşlar. Bu yöntemi öğrenmeden önce formülde karşılaşacağımız diskriminant kavramını öğrenelim.

Diskriminant, ikinci dereceden bir denklemin köklerinin varolup olmadığını bilmemize ve varolan kökleri bulmamıza yardımcı olan bir sayıdır.Δ sembolü ile gösterilir.

$ax^2 + bx + c = 0$ şeklinde verilen bir denklemde diskriminant

$\Delta = b^2 - 4\cdot a\cdot c$

formülü ile bulunur.

Köşetaşının çözümü:

$2x^2 - x - 6 = 0$ denkleminde $a = 2, \; b = -1, \; c = -6$ dır.

Buna göre, denklemin diskriminantı

$\Delta = b^2 - 4\cdot a\cdot c = (-1)^2 - 4\cdot 2\cdot(-6) = 1 + 48 = 49$ bulunur.

Bir Soru Daha:

$2x^2 - x + 4 - m = 0$

denkleminin diskriminantı 9 olduğuna göre, m kaçtır?

$a = 2, \; b = -1, \; c = 4 - m$

$(-1)^2 - 4\cdot 2\cdot(4 - m) = 9$

$1 - 32 + 8m = 9 \Rightarrow 8m = 40 \Rightarrow m = 5$

BAK NASIL BULMUŞLAR

$ax^2 + bx + c = 0$

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0$

$x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} + \left(\frac{b}{2a}\right)^2 - \left(\frac{b}{2a}\right)^2 = 0$

$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{c}{a} - \frac{b^2}{4a^2} = 0$

$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 + \frac{4ac - b^2}{4a^2} = 0$

$\left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 = \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$

$x + \frac{b}{2a} = \mp\frac{\sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$x = \frac{-b \mp \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

$b^2 - 4ac$ yerine artık Δ kullanacağız.

1. $x^2 - 4x - 6 = 0$

denkleminin diskriminantı kaçtır?

A) 36 B) 38 C) 40 D) 42 E) 44

2. $3x^2 + x + n = 0$

denkleminin diskriminantı 37 olduğuna göre, n kaçtır?

A) −3 B) −2 C) −1 D) 1 E) 2

3. $mx^2 - 4x - m = 0$

denkleminin diskriminantı 64 olduğuna göre, m nin pozitif değeri kaçtır?

A) 3 B) $2\sqrt{3}$ C) 4 D) $3\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{5}$

4. $x^2 - kx + 5 = 0$

denkleminin diskriminantı 16 olduğuna göre, k nin pozitif değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

karekök

C A B C

köşetaşı

$x^2 - 2x - m = 0$

denkleminin reel kökü olmadığına göre, m nin en büyük tam sayı değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

İkinci dereceden bir denklemin reel köklerinin olup olmadığını denklemi çarpanlarına ayırarak karar veremiyorsak diskriminantından yararlanabiliriz.

Bir önceki köşetaşında verilen ispatın sonucu içinde $\sqrt{b^2 - 4ac}$ $(\sqrt{\Delta})$ terimi var. Buna göre, denklemin kökleri için öncelikle $\sqrt{\Delta}$ tanımlı olmalıdır. $\sqrt{\Delta}$ nın reel sayılarda tanımlı olması için $\Delta \geq 0$ olmalıdır.

Buna göre, bir denklemde,

- $\Delta > 0$ ise deklemin iki farklı reel kökü vardır.
- $\Delta = 0$ ise deklemin tek kökü (birbirine eş iki kök) vardır.
- $\Delta < 0$ ise deklemin reel kökü yoktur.

$\Delta = 0$ olduğu durumda sorularda birbirine eş iki kök yerine çakışık iki kök veya çift katlı kök kavramlarıyla da karşılaşabiliriz.

Köşetaşının çözümü:

$x^2 - 2x - m = 0$ denkleminde a = 1, b = –2, c = –m dir.

Denklemin reel kökü olmadığından,

$\Delta < 0 \Rightarrow b^2 - 4ac < 0 \Rightarrow (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-m) < 0$

$4 + 4m < 0$

$4m < -4$

$m < -1$ bulunur.

1. **Aşağıdaki denklemlerin hangisinin reel kökleri yoktur?**

A) $2x^2 - 3x + 1 = 0$ B) $4x^2 + 4x + 1 = 0$
C) $x^2 + x + 2 = 0$ D) $-x^2 + 4x + 1 = 0$
E) $3x^2 - x - 1 = 0$

2. $2x^2 + 3x + k = 0$

denkleminin iki farklı reel kökü olduğuna göre, k nin en büyük tam sayı değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $9x^2 + nx + 4 = 0$

denkleminin bir reel kökü olduğuna göre, n nin pozitif değeri kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

4. $(m - 1)x^2 - 4x + 1 = 0$

denkleminin reel kökleri olmadığına göre, m nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

karekök

C	D	E	D

köşetaşı

$x^2 - 4x + 2 = 0$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Çarpanlarına Ayıramadığımız Denklemlerde Kök Bulma

İkinci dereceden bir denklemin köklerini bulmak için genellikle 5. köşetaşında olduğu gibi çarpanlarına ayırırız.

Bu işlemi yapamadığımız zaman ise denklemin diskriminantından yararlanırız.

a, b, c ∈R ve a ≠ 0 olmak üzere, $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ ve } x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

formülleri ile bulunabilir.

Köşetaşının çözümü:

$x^2 - 4x + 2 = 0$ denkleminde a = 1, b = –4, c = 2 dir.

$\Delta = b^2 - 4ac = 16 - 4 \cdot 1 \cdot 2 = 8$

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{4 \pm \sqrt{8}}{2} = \frac{4 \pm 2\sqrt{2}}{2} = \frac{2(2 \pm \sqrt{2})}{2} = 2 \pm \sqrt{2}$$

Buna göre, denklemin çözüm kümesi $\{2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}\}$ olur.

1. $x^2 - 2x - 1 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(2 - \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2})$ B) $(1 - \sqrt{5}, 1 + \sqrt{5})$
C) $(1 - 2\sqrt{2}, 1 + 2\sqrt{2})$ D) $(1 - \sqrt{2}, 1 + \sqrt{2})$
E) $(2 - \sqrt{5}, 2 + \sqrt{5})$

2. $x^2 + x - 1 = 0$

denkleminin pozitif kökü kaçtır?

A) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ B) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$ C) $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$
D) $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$ E) $\frac{\sqrt{2}-1}{2}$

3. $4a^2 - 2a - 1 = 0$

denkleminin büyük kökü kaçtır?

A) $\frac{1+\sqrt{3}}{2}$ B) $\frac{1+\sqrt{5}}{4}$ C) $\frac{2+\sqrt{3}}{4}$
D) $\frac{2+\sqrt{5}}{2}$ E) $\frac{2-\sqrt{5}}{4}$

4. $x - \frac{1}{x} = 4$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $2 - \sqrt{3}$ B) $2 + \sqrt{3}$ C) $1 - \sqrt{5}$
D) $2 - \sqrt{5}$ E) $2 - \sqrt{2}$

karekök

D	A	B	D

köşetaşı

$$\frac{1}{x-2}+\frac{1}{x+2}=\frac{2}{3}$$

denkleminin reel köklerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Kesirli İfadeleri İkinci Dereceden Denkleme Dönüştürme

Paydaları eşitleyelim.

$$\underset{(x+2)}{\frac{1}{x-2}}+\underset{(x-2)}{\frac{1}{x+2}}=\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x+2+x-2}{x^2-4}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{2x}{x^2-4}=\frac{2}{3}$$ (İçler - dışlar çarpımı yapalım.)

$2x^2-8=6x$

$2x^2-6x-8=0$ (2 ile sadeleştirelim.)

$x^2-3x-4=0$

↓ ↓

x −4

x +1

$(x-4)(x+1)=0 \Rightarrow x=4$ ve $x=-1$

1. $x-\frac{6}{x}=1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {−2} B) {3} C) {−2, 3} D) {0, 3} E) {−2, 1}

2. $\frac{1}{n}-\frac{1}{n+1}=\frac{1}{12}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {−4, −3} B) {−3, −2} C) {−3, 2} D) {−4, 3} E) {−2, 3}

3. $\frac{5}{x^2}-\frac{6}{x}=-1$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1^2+x_2^2$ toplamının değeri kaçtır?

A) 6 B) 13 C) 16 D) 26 E) 30

4. $\frac{x+1}{x-3}+\frac{x+3}{x-1}=0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1 \cdot x_2$ değeri kaçtır?

A) −10 B) −5 C) 0 D) 5 E) 10

karekök

C D D B

köşetaşı

$$\sqrt{x+2}-2x=1$$

denkleminin reel köklerini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Kareköklü Denklemleri İkinci Dereceden Denklemlere Dönüştürme

Köklü denklemlerde köklü ifade eşitliğin bir tarafına, diğer terimler eşitliğin diğer tarafına alınır. Daha sonra her iki tarafın karesini alarak kökten kurtuluruz. Burada bulunan kökleri verilen denklemde x yerine yazarak kontrol etmek gerekir.

$\sqrt{x+2}-2x=1 \Rightarrow \sqrt{x+2}=2x+1$ (Her iki tarafın karesini alalım.)

$x+2=4x^2+4x+1$

$4x^2+3x-1=0$

↓ ↓

4x −1

x +1

$(4x-1)(x+1)=0 \Rightarrow x=\frac{1}{4}$ ve $x=-1$

Bulduğumuz değerleri denklemde x yerine yazalım.

- $x=\frac{1}{4}$ için $\sqrt{\frac{9}{4}}-\frac{1}{2}=1 \Rightarrow \frac{3}{2}-\frac{1}{2}=1 \Rightarrow 1=1$ $\left(x=\frac{1}{4}\right.$ denklemi sağlıyor.$\left.\right)$
- $x=-1$ için $\sqrt{-1+2}-2\cdot(-1)=1 \Rightarrow 3\neq 1$ (x = −1 denklemi sağlamıyor.)

Buna göre, çözüm kümesi $\left\{\frac{1}{4}\right\}$ olur.

1. $\sqrt{3x+4}=x$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {−4, −1} B) {−4} C) {−1} D) {−1, 4} E) {4}

2. $\sqrt{2a+1}=1-a$

denkleminin kökü kaçtır?

A) −4 B) −1 C) 0 D) 1 E) 4

3. $2+\sqrt{3x+1}=x-1$

denkleminin kökü kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. $\sqrt{x+3}-x=1$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {−2} B) {−2, 0} C) {1} D) {1, 2} E) ∅

karekök

E C D C

köşetaşı

$(x^2 - x)^2 - 8 \cdot (x^2 - x) + 12 = 0$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bilinmeyeni Değiştirerek İkinci Dereceden Denklemler Elde Etme

Bazı denklemler ikinci dereceden denklemlere benzetilerek çözülebilir. Bunu yapmak için karesi de kendisiyle birlikte denklemin içinde olan bir ifade yerine başka bir harf kullanılır.

$(x^2 - x)^2 - 8 \cdot (x^2 - x) + 12 = 0$ denkleminde

$x^2 - x$ ve $(x^2 - x)^2$ denklemde olduğundan

$x^2 - x = t$ dönüşümü yapılır.

$t^2 - 8t + 12 = 0 \Rightarrow (t - 6) \cdot (t - 2) = 0$

t   −6
t   −2

denkleminde t yerine tekrar $x^2 - x$ yazılırsa

$(x^2 - x - 6) \cdot (x^2 - x - 2) = 0$

x   −3   x   −2
x   +2   x   +1

$(x - 3)(x + 2)(x - 2)(x + 1) = 0$

$x = 3,\ x = -2,\ x = 2,\ x = -1$ bulunur.

Buna göre, çözüm kümesi $\{-2, -1, 2, 3\}$ olur.

ÖRNEK DÖNÜŞÜMLER

- $x^4 - 2x^2 - 8 = 0$ $t = x^2$
- $a - \sqrt{a} - 6 = 0$ $t = \sqrt{a}$
- $3^{2x} - 10 \cdot 3^x + 9 = 0$ $t = 3^x$
- $4^x - 5 \cdot 2^x + 4 = 0$ $t = 2^x$
- $(x^2 - 2)^2 - 2 \cdot (x^2 - 2) + 1 = 0$ $t = x^2 - 2$

1. $x^6 - 9 \cdot x^3 + 8 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {−2, −1}   B) {−1, 1}   C) {−2}   D) {1, 2}   E) {2}

2. $x + \sqrt{x} - 12 = 0$

denkleminin kökü kaçtır?

A) 3   B) 4   C) 9   D) 16   E) 25

3. $9^x - 4 \cdot 3^x + 3 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1^3 + x_2^3$ değeri kaçtır?

A) 1   B) 3   C) 4   D) 9   E) 28

4. $(x^2 + 1)^2 - 3 \cdot (x^2 + 1) - 10 = 0$

denkleminin kaç farklı reel kökü vardır?

A) 0   B) 1   C) 2   D) 3   E) 4

karekök

D C A C

1. $4x^{n-4} - x + 2 = 0$

denklemi x e bağlı ikinci dereceden bir denklem olduğuna göre, n kaçtır?

A) 2   B) 3   C) 4   D) 5   E) 6

2. $(p - 2)x^2 - px + 3x - 4 + 2p = 0$

ikinci dereceden denkleminin köklerinden biri 2 olduğuna göre, p kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{4}{3}$ D) $\frac{3}{2}$ E) 2

3. $(x - 1) \cdot (5 - 2x) = 0$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

A) 3   B) $\frac{7}{2}$ C) 4   D) $\frac{9}{2}$ E) 5

4. $4a^2 + 12a = 0$

denkleminin büyük kökü kaçtır?

A) −3   B) −2   C) 0   D) 2   E) 3

5. $2^{x^2 - x} = 4$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 > x_2$ olduğuna göre, $2x_1 - x_2$ kaçtır?

A) 2   B) 3   C) 4   D) 5   E) 6

6. $ax^2 - (a - 1)x + 1 = 0$

denkleminin diskriminantı −7 olduğuna göre, a nın alabileceği değerlerin toplamı kaçtır?

A) 3   B) 4   C) 5   D) 6   E) 7

karekök

7. $mx^2 + (2m - 1)x + m + 3 = 0$

denkleminin birbirine eşit iki reel kökü olduğuna göre, m kaçtır?

A) $\frac{1}{16}$ B) $\frac{1}{12}$ C) $\frac{1}{10}$ D) $\frac{1}{8}$ E) $\frac{1}{6}$

8. $3x^2 - x - 1 = 0$

denkleminin pozitif kökü kaçtır?

A) $\frac{1+\sqrt{10}}{6}$ B) $\frac{2+\sqrt{11}}{6}$ C) $\frac{1+\sqrt{11}}{6}$

D) $\frac{1+\sqrt{13}}{6}$ E) $\frac{2+\sqrt{13}}{6}$

9. $\frac{1}{x+2} - \frac{1}{x-2} = \frac{4}{3x}$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) –4 B) –3 C) –2 D) 2 E) 4

10. $x + \sqrt{2 - x} = 2$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–2, –1} B) {–2} C) {1}

D) {2} E) {1, 2}

11. $(x^2 - 3)^2 - 7 \cdot (x^2 - 3) + 6 = 0$

denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?

A) –36 B) –18 C) –6 D) 6 E) 36

karekök

1 E 2 D 3 B 4 C 5 D 6 D 7 A 8 D 9 A 10 E 11 E

1. $x^{m-5} - mx + 6 = 0$

denklemi ikinci dereceden bir denklemdir.

Buna göre, denklemin küçük kökü kaçtır?

A) –6 B) –3 C) –1 D) 1 E) 6

2. $x^2 - 4x - 45 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–5, 9} B) {–3, 15} C) {5, 9}

D) {–9, 5} E) {5, 8}

3. $x^2 + px + q = 0$

denkleminin kökleri 3 ve 5 dir.

Buna göre, p + q kaçtır?

A) 5 B) 7 C) 13 D) 18 E) 23

4. $x^2 - mx - 12 = 0$

denkleminin köklerinden biri 4 tür.

Buna göre, denklemin diğer kökü kaçtır?

A) –3 B) –2 C) 2 D) 3 E) 6

5. $2x^2 - 4x - 1 = 0$

denkleminin küçük kökü kaçtır?

A) $\frac{1-\sqrt{6}}{2}$ B) $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{2-\sqrt{6}}{2}$

D) $\frac{2-\sqrt{3}}{2}$ E) $\frac{4-\sqrt{6}}{2}$

6. $x^4 - 2x^2 - 24 = 0$

denkleminin kaç farklı reel kökü vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

7. $x^2 - 2x + 3 - m = 0$

denkleminin reel kökü olmadığına göre, m nin <u>en büyük</u> tam sayı değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

8. $2x - 7\sqrt{x} - 4 = 0$

denkleminin reel köklerinin çarpımı kaçtır?

A) 4 B) 8 C) 12 D) 16 E) 32

karekök

9. $\sqrt{5-x}-x=1$

denkleminin kökü kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 1 D) 2 E) 4

10. $(x^2+1)\cdot(x^2-9)=0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {1, 3} B) {–3, 1, 3} C) {–1, 1, 3} D) {–3, 3} E) {0, 1, 3}

11. $(x-2)\cdot(x+3)-2\cdot(x+3)=0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–4, 3} B) {0, 4} C) {–3, 4} D) {4} E) {2, 4}

12 $x^2-3x-10=0$ denklemi ile $2x^2-px+q=0$ denkleminin çözüm kümeleri aynıdır.

Buna göre, p·q kaçtır?

A) –120 B) –60 C) –20 D) 60 E) 120

13. $3x^2-x-1=0$

denkleminin diskriminantı kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

14. $\dfrac{x^2-5x+6}{9-x^2}=0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–3, –2} B) {–3} C) {2} D) {2, 3} E) {3}

karekök

15. $ax^2-3ax+6=0$

denkleminin çözüm kümesi tek elemanlı olduğuna göre, a kaçtır?

A) $\frac{8}{3}$ B) $\frac{9}{4}$ C) $\frac{7}{3}$ D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{4}{3}$

16. $\dfrac{2}{x+1}+\dfrac{1}{x-1}=1$

denkleminin büyük kökü kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

1 D 2 A 3 B 4 A 5 C 6 C 7 A 8 D 9 C 10 D 11 C 12 A 13 E 14 C 15 A 16 E

1. $x^{m-5}-mx+6=0$ ikinci dereceden bir denklem ise,

$m-5=2 \Rightarrow m=7$ bulunur.

Buna göre, $x^2-7x+6=0 \Rightarrow (x-6)\cdot(x-1)=0$

x –6

x –1

$x=6$ veya $x=1$

Denklemin küçük kökü 1 olur.

Yanıt D

2. $x^2-4x-45=0 \Rightarrow (x-9)\cdot(x+5)=0$

x –9

x +5

$x=9$ veya $x=-5$

Çözüm kümesi {–5, 9} olur.

Yanıt A

3. $x^2+px+q=0$ denkleminin kökleri $x=3$ ve $x=5$ ise, bu denklemin çarpanlarına ayrılmış hali

$(x-3)\cdot(x-5)=0$ olur.

Buna göre, $x^2-8x+15=0$ elde edilip

$p+q=(-8)+15=7$ bulunur.

Yanıt B

4. Denklemin kökü denklemi sağlar.

$4^2-m\cdot4-12=0 \Rightarrow m=1$

$x^2-x-12=0 \Rightarrow (x-4)\cdot(x+3)=0$

$x=4$ veya $x=-3$

Buna göre, denklemin diğer kökü –3 olur.

Yanıt A

5. $\Delta=b^2-4ac=16-4\cdot2\cdot(-1)=24$

$x_{1,2}=\dfrac{-b\mp\sqrt{\Delta}}{2a}=\dfrac{4\mp2\sqrt{6}}{4}=\dfrac{2(2\mp\sqrt{6})}{4}$

$=\dfrac{2\mp\sqrt{6}}{2}$

Buna göre, küçük kök $\dfrac{2-\sqrt{6}}{2}$ olur.

Yanıt C

6. $x^4-2x^2-24=0$ denkleminde $x^2=t$ olsun.

$t^2-2t-24=0 \Rightarrow (t-6)\cdot(t+4)=0$

$t=6 \quad t=-4$

$x^2=6 \quad x^2=-4$

$x^2=6$ ise $x=\sqrt{6}$ veya $x=-\sqrt{6}$ dır.

$x^2=-4$ denkleminin ise reel kökü yoktur.

Yanıt C

karekök

7. Denklemin reel kökü yoksa $\Delta<0$ dır.

$(-2)^2-4\cdot1\cdot(3-m)<0 \Rightarrow 4-12+4m<0$

$4m<8$

$m<2$

Buna göre, m nin en büyük tam sayı değeri 1 olur.

Yanıt A

8. $\sqrt{x}=t$ olsa $2t^2-7t-4=0 \Rightarrow (2t+1)\cdot(t-4)=0$

$2t+1=0 \Rightarrow t=-\frac{1}{2} \Rightarrow \sqrt{x}=-\frac{1}{2}$ (kök yoktur.)

$t-4=0 \Rightarrow t=4 \Rightarrow \sqrt{x}=4 \Rightarrow x=16$

Yanıt D

9. $\sqrt{5-x}-x=1$

$\sqrt{5-x}=x+1$

Her iki tarafın karesini alalım.

$5-x=x^2+2x+1$

$x^2+3x-4=0$

$(x+4)\cdot(x-1)=0$

$x=-4 \quad x=1$

Bu kökleri denklemde kontrol edelim.

$x=-4$ için $\sqrt{9}+4=1 \Rightarrow 7\neq 1$ (kök -4 olamaz.)

$x=1$ için $\sqrt{4}-1=1 \Rightarrow 1=1$

Yanıt C

10. $(x^2+1)\cdot(x^2-9)=0 \Rightarrow (x^2+1)\cdot(x-3)\cdot(x+3)=0$

$x^2+1=0$ denkleminin kökü yoktur.

$x-3=0 \Rightarrow x=3$

$x+3=0 \Rightarrow x=-3$

Çözüm kümesi $\{-3, 3\}$ olur.

Yanıt D

11. $x+3$ parantezine alalım.

$(x+3)\cdot[(x-2)-2]=0 \Rightarrow (x+3)\cdot(x-4)=0$

$x=-3 \quad x=4$

Çözüm kümesi $\{-3, 4\}$ olur.

Yanıt C

12. $x^2-3x-10=0 \Rightarrow (x-5)\cdot(x+2)=0$

$x=5 \quad x=-2$

Bu kökler $2x^2-px+q=0$ denkleminin de kökleri olduğundan denklemi sağlar.

$x=-2 \Rightarrow 2\cdot 4+2p+q=0 \Rightarrow 2p+q=-8$

$x=5 \Rightarrow 2\cdot 25-5p+q=0 \Rightarrow -5p+q=-50$

Elde edilen denklemleri alt alta çıkarırsak,

$7p=42 \Rightarrow p=6$ olur.

$2p+q=-8 \Rightarrow 12+q=-8 \Rightarrow q=-20$ dir.

Buna göre, $p\cdot q=6\cdot(-20)=-120$ olur.

Yanıt A

13. $\Delta=b^2-4ac=(-1)^2-4\cdot 3\cdot(-1)$

$=1+12$

$=13$

Yanıt E

14. $\dfrac{x^2-5x+6}{9-x^2}=0 \Rightarrow \dfrac{(x-3)\cdot(x-2)}{(3-x)\cdot(3+x)}=0$

$-\dfrac{x-2}{3+x}=0$

$x-2=0$

$x=2$

Yanıt C

15. Denklemin çözüm kümesi tek elemanlı ise $\Delta=0$ olur.

$\Delta=(-3a)^2-4\cdot a\cdot 6=0$

$9a^2-24a=0$

$3a(3a-8)=0$

$a=0$ veya $a=\dfrac{8}{3}$

$a=0$ olduğunda x^2 yok olacağından denklem ikinci derece olmaz.

Yanıt A

16. $\underset{(x-1)}{\dfrac{2}{x+1}}+\underset{(x+1)}{\dfrac{1}{x-1}}=1$

$\dfrac{2x-2+x+1}{x^2-1}=1$

$3x-1=x^2-1$

$x^2-3x=0$

$x(x-3)=0$

$x=0$ veya $x=3$

Denklemin büyük kökü 3 olur.

Yanıt E

KONU TESTİ - 2

1. $4x^2-nx+x+1=0$

denkleminin çakışık iki kökü olduğuna göre, n nin pozitif değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $25^x-6\cdot 5^x+5=0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {0, 1} B) {1, 5} C) {0, 5} D) {1} E) {5}

3. $mx^2+4x+m-2=0$

denkleminin kökleri 1 ve n dir.

Buna göre, m·n kaçtır?

A) –6 B) –4 C) –3 D) 3 E) 6

4. $x-\dfrac{3}{x}=2$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–1, 3} B) {–3, 1} C) {3} D) {–1, 0} E) {0, 3}

5. $\dfrac{7}{x^2-4}+\dfrac{2}{x-2}=1$

denkleminin pozitif kökü kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

6. $\sqrt{6-x}=x$

denkleminin kökü kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

7. $(x^2-4)\cdot(x^2+x+1)=0$

denkleminin kaç farklı reel kökü vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

8. $\dfrac{(x^2-2x-8)(x^2-2x)}{4-x^2}=0$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

A) 0 B) 2 C) 4 D) 6 E) 8

9. $mx^2 - (2m - 5)x + m = 0$

ikinci dereceden denkleminin iki farklı reel kökü olduğuna göre, m nin en büyük tam sayı değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

10. $\frac{x}{2} + \frac{2}{x} = 4$

denkleminin küçük kökü kaçtır?

A) $2 - 4\sqrt{3}$ B) $4 - 4\sqrt{3}$ C) $-4 - 2\sqrt{3}$ D) $4 - 2\sqrt{3}$ E) $-4 - 4\sqrt{3}$

11. $(x^2 + x)^2 - 14(x^2 + x) + 24 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–4, 3} B) {–3, 2} C) {–3, 4} D) {–4, –2, 1, 3} E) {–3, –1, 2, 4}

12. $x^2 - mx - n = 0$ denkleminin bir kökü 2,
$x^2 + mx + 2n = 0$ denkleminin bir kökü 1 dir.

Buna göre, m – n kaçtır?

A) –5 B) –3 C) 2 D) 3 E) 5

13. $ax^2 - bx + c - 4 = 0$

denkleminin köklerinden biri –1 dir.

Buna göre, a + b + c kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 1 D) 2 E) 4

14. $2^{x^2-5x} = \frac{1}{64}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–3} B) {–3, –2} C) {–2} D) {2, 3} E) {3}

15. $\frac{2x-3}{3x-5} = \frac{3x-5}{2x-3}$

denkleminin köklerinden biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

16. $x = 7 - \sqrt{9 + x^2}$

denkleminin kökü kaçtır?

A) $\frac{15}{4}$ B) $\frac{17}{6}$ C) $\frac{19}{6}$ D) $\frac{20}{7}$ E) $\frac{22}{7}$

karekök

1 D 2 A 3 C 4 A 5 E 6 B 7 C 8 C 9 C 10 D 11 D 12 E 13 E 14 D 15 D 16 D

ÖSYS SORULARI

1. Bir sayının karesi, aynı sayının 2 katı ve 1 sayısı toplandığında 196 bulunmaktadır.

Bu sayı kaçtır?

A) 11 B) 12 C) 13 D) 14 E) 15

(ÖSS 1990)

2. $a \neq -1$ olmak üzere,
$(a + 1)x^2 - 2(a + 7)x + 27 = 0$

denkleminin kökleri eşit olduğuna göre, a nın alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) 15 B) 13 C) 11 D) 10 E) 9

(ÖYS 1998)

3. $\frac{1}{a^2} + \frac{4}{a} + 4 = 0$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) –2 D) –1 E) $-\frac{1}{2}$

(ÖSS 2006 I)

4. a pozitif bir gerçel sayı ve
$a^4 - 2a^2 = 8$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) $\frac{1}{8}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) 2

(ÖSS 2006 I)

5. $(x^2 - x - 2)(x + 5) = 0$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

A) 3 B) 1 C) –2 D) –4 E) –6

(ÖSS 2007 I)

6. $1 + \frac{2}{x} - \frac{3}{x^2} = 0$

denklemini sağlayan x gerçel sayılarının toplamı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

(ÖSS 2009 I)

karekök

1 C 2 B 3 E 4 E 5 D 6 A

BÖLÜM 2

Köklerle Katsayılar Arasındaki İlişki

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Denklemin kökler toplamını bulur.

2. Denklemin kökler çarpımını bulur.

3. - 10. Denklemin kökler toplamı ve çarpımı ile ilgili uygulama yapar.

11 Kökler farkının mutlak değerini bulur.

12. Kökleri verilen ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulur.

13. Köklerinden biri $a + \sqrt{b}$ veya $a - \sqrt{b}$ olan rasyonel katsayılı ikinci dereceden denklemi bulur.

köşetaşı

$(m-2)x^2 + (m-1)x + 4 = 0$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 + x_2 = -\frac{4}{5}$ olduğuna göre, m kaçtır?

açıklamalı çözüm

Kökler Toplamı

İkinci dereceden bir denklemin reel kökleri $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ ve $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ olduğuna göre,

$$x_1 + x_2 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} + \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-2b}{2a} = -\frac{b}{a} \text{ olur.}$$

Buna göre, ikinci dereceden bir denklemin köklerinin toplamı

$$x_1 + x_2 = \frac{-b}{a}$$

formülü ile bulunabilir.

Köşetaşının çözümü:

Denklemimizde a = m – 2, b = m – 1 dir.

$$x_1 + x_2 = -\frac{4}{5} \Rightarrow -\frac{b}{a} = -\frac{4}{5} \Rightarrow -\frac{m-1}{m-2} = -\frac{4}{5}$$

$$5m - 5 = 4m - 8$$

$$m = -3$$

SİMETRİK KÖK

İkinci dereceden bir denklemin simetrik iki kökü varsa bu kökler mutlak değerce birbirine eşit ama zıt işaretli kökler demektir.

–2 ve 2, –5 ve 5 gibi.

Bu nedenle simetrik iki kökü olan denklemlerin köklerinin toplamı sıfıra eşittir.

$$x_1 + x_2 = 0 \Rightarrow -\frac{b}{a} = 0$$

Yani, b = 0 olur.

1. $x^2 - 4x - 6 = 0$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

A) –4 B) –3 C) –2 D) 2 E) 4

2. $x^2 + 6x - 1 = 0$

denkleminin köklerinin aritmetik ortalaması kaçtır?

A) –6 B) –3 C) –2 D) 3 E) 6

3. $kx^2 - (3-k)x + 1 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 + x_2 = -2$ olduğuna göre, k kaçtır?

A) –3 B) –2 C) 2 D) 3 E) 4

4. $(n+2)x^2 + (3n+1)x + n = 0$

denkleminin simetrik iki kökü olduğuna göre, n kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{3}$ C) $-\frac{1}{6}$ D) $\frac{1}{6}$ E) $\frac{1}{3}$

karekök

E B A B

köşetaşı

$(1-k)x^2 - 4x + k = 0$

denkleminin köklerinin çarpımı 2 olduğuna göre, k kaçtır?

açıklamalı çözüm

Kökler Çarpımı

İkinci dereceden $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin köklerinin çarpımı

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

formülü ile hesaplanır.

(Bunu ispatlayabilir misiniz?)

Köşetaşının çözümü:

$(1-k)x^2 - 4x + k = 0$ denkleminde a = 1 – k, c = k olduğundan

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a} \Rightarrow 2 = \frac{k}{1-k} \Rightarrow 2 - 2k = k$$

$$3k = 2$$

$$k = \frac{2}{3} \text{ bulunur.}$$

1. $x^2 - 4x + 2 = 0$

denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 0 D) 2 E) 4

2. $2x^2 - x + n - 1 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 \cdot x_2 = -3$ olduğuna göre, n kaçtır?

A) –5 B) –3 C) 2 D) 3 E) 5

3. $x^2 + 6x + 8 = 0$

denkleminin köklerinin geometrik ortalaması kaçtır? *(İki sayının geometrik ortalaması çarpımlarının karekökküdür.)*

A) $\sqrt{2}$ B) 2 C) $2\sqrt{2}$ D) 4 E) $4\sqrt{2}$

4. $mx^2 - (m-1)x + m + 4 = 0$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 \cdot x_2 = -1$ olduğuna göre, $x_1 + x_2$ kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{8}{3}$

karekök

D A C C

köşetaşı

$$(m-3)x^2 - mx + 1 - m = 0$$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 = \frac{1}{2}$$

olduğuna göre, m kaçtır?

açıklamalı çözüm

Şimdi de kökler çarpımı ve kökler toplamı formüllerini birlikte kullanalım.

$(m-3)x^2 - mx + 1 - m = 0$ denkleminde $a = m-3$, $b = -m$, $c = 1-m$ dir.

$$x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{c}{a} + \frac{-b}{a} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1-m}{m-3} + \frac{m}{m-3} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{m-3} = \frac{1}{2}$$

$m = 5$ bulunur.

1. $x^2 - mx + 4 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 + x_2 + 2x_1 \cdot x_2 = -6$$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) –14 B) –10 C) –8 D) –6 E) –2

2. $x^2 - 4x + k + 1 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$$x_1 \cdot x_2 - x_1 - x_2 = -3$$

olduğuna göre, k kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

3. $x^2 + ax - 2a + 1 = 0$

denkleminin kökler çarpımı kökler toplamından 3 fazladır.

Buna göre, a kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

4. $nx^2 - (n+2)x + 3n - 1 = 0$

denkleminin kökler çarpımı kökler toplamının 2 katına eşittir.

Buna göre, n kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

A | C | B | E

köşetaşı

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+2} = 2$$

denkleminin kökleri toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bu köşetaşında da paydaları eşitleyip denklemi ikinci dereceden bir denkleme çevireceğiz.

$$\underset{(x+2)}{\frac{1}{x}} + \underset{(x)}{\frac{1}{x+2}} = 2 \Rightarrow \frac{x+2+x}{x(x+2)} = 2$$

$$\frac{2x+2}{x^2+2x} = 2$$

$$2x + 2 = 2x^2 + 4x$$

$$2x^2 + 4x - 2x - 2 = 0$$

$$2x^2 + 2x - 2 = 0$$

denkleminde kökler toplamı $x_1 + x_2 = -\frac{b}{a} = -\frac{2}{2} = -1$ bulunur.

1. $\frac{x}{x-2} - \frac{1}{x} = 3$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{2}{5}$ C) $\frac{1}{2}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{5}{2}$

2. $\frac{1}{a+4} - \frac{1}{a} = -2$

denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

3. $\frac{x-1}{x+3} - \frac{x}{x+1} = 1$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2}$ **oranı kaçtır?**

A) $-\frac{8}{3}$ B) $-\frac{7}{4}$ C) $-\frac{5}{3}$ D) $\frac{2}{5}$ E) $\frac{4}{3}$

4. $\frac{m}{x} + \frac{m+1}{x-1} = 1$

denkleminin köklerinin toplamı 6 olduğuna göre, m kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

E | A | B | B

köşetaşı

$2x^2 - 6x + n = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 - 2x_2 = -3$

olduğuna göre, n kaçtır?

açıklamalı çözüm

İkinci dereceden denklemlerin köklerinin toplamları veya farkıyla ilgili yardımcı bir bağıntı veriliyorsa denklemin kökler toplamını yazıp yok etme metoduyla kökleri bulabiliriz.

$2x^2 - 6x + n = 0$ denkleminde $x_1 + x_2 = -\frac{-6}{2} = 3$ tür.

$x_1 - 2x_2 = -3$ bağıntısı -1 ile çarpılıp $x_1 + x_2 = 3$ bağıntısı ile toplanırsa,

$$-x_1 + 2x_2 = 3$$
$$+\quad x_1 + x_2 = 3$$
$$3x_2 = 6$$
$$x_2 = 2$$

Denklemde x_2 yi yerine yazdığımızda

$$2 \cdot (2)^2 - 6 \cdot 2 + n = 0$$
$$8 - 12 + n = 0$$
$$n = 4 \text{ bulunur.}$$

BİR SORU DAHA

$x^2 - mx - 8 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1^2 = x_2$ olduğuna göre, m kaçtır?

Denklemin kökler çarpımı $x_1 \cdot x_2 = -8$ dir. x_2 yerine x_1^2 yazıldığında

$x_1 \cdot x_1^2 = -8 \Rightarrow x_1^3 = -8 \Rightarrow x_1 = -2$ olur.

Bu kök denklemi sağlayacağından

$(-2)^2 - m \cdot (-2) - 8 = 0 \Rightarrow 4 + 2m - 8 = 0 \Rightarrow m = 2$ bulunur.

1. $x^2 - 4x + a - 3 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 - x_2 = -2$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $x^2 + x - m + 2 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$2x_1 - x_2 = 7$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) 8 B) 7 C) 6 D) 5 E) 4

3. $x^2 - mx + 27 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 = x_2^2$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) –12 B) –6 C) –4 D) 6 E) 12

4. $2x^2 - nx + 32 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 = x_2^3$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 20 B) 18 C) 16 D) 12 E) 8

karekök

E A E A

köşetaşı

$x^2 + 10x + 1 - m = 0$ denkleminin kökleri 2 ve 3 ile orantılıdır.

Buna göre, m kaçtır?

açıklamalı çözüm

Öncelikle "orantılı olma" kavramı ile ilgilenelim.

Bir örnek verelim. x, y, z sayıları 2, 3 ve 4 ile orantılı ise bu sayıları 2, 3 ve 4 ün katı olarak düşünebiliriz. Ama kaç katı olduğunu bilmediğimizden bunu $x = 2k$, $y = 3k$, $z = 4k$ gibi ifade edebiliriz.

Soruya dönecek olursak, denklemin kökleri 2 ve 3 ile orantılı ise $x_1 = 2k$, $x_2 = 3k$ olsun.

Denklemin a, b, c katsayılarından a ve b yi bildiğimizden kökler toplamından yararlanırız.

$$x_1 + x_2 = -10 \Rightarrow 2k + 3k = -10 \Rightarrow k = -2$$

Buna göre, $x_1 = -4$ ve $x_2 = -6$ olup bu kökler denklemi sağlar.

$x_1 = -4$ için $(-4)^2 + 10 \cdot (-4) + 1 - m = 0$

$$16 - 40 + 1 - m = 0$$
$$m = -23 \text{ bulunur.}$$

1. $2x^2 - mx + 24 = 0$

denkleminin kökleri 3 ve 4 ile orantılıdır.

Buna göre, m nin pozitif değeri kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

2. $x^2 - 6x + k - 3 = 0$

denkleminin köklerinden biri diğerinin 2 katına eşittir.

Buna göre, k kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 11 D) 12 E) 13

3. $x^2 - (n - 2)x + 3 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{3}$ **olduğuna göre, n nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. $x^2 - 9x + m + 4 = 0$

denkleminin köklerinden biri diğerinin 3 katından 1 fazladır.

Buna göre, m kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

karekök

D C A D

köşetaşı

$x^2 - 6x + n = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2 = 12$

olduğuna göre, n kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bu köşetaşında $x_1 + x_2$ ve $x_1 \cdot x_2$ formüllerinden yararlanarak paranteze alma veya parantezin içine dağılma uygulamaları yapacağız.

Köşetaşının çözümü:

$x^2 - 6x + n = 0$ denkleminde $x_1 + x_2 = 6$ ve $x_1 \cdot x_2 = n$ dir.

$x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2$ ifadesindeki iki terimde de $x_1 \cdot x_2$ olduğundan $x_1 \cdot x_2$ parantezine alırız.

$x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2 = 12 \Rightarrow x_1 \cdot x_2(x_1 + x_2) = 12$

$n \cdot 6 = 12$

$n = 2$ bulunur.

BİR SORU DAHA

$x^2 - 4x - 10 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $(2x_1 - 1) \cdot (2x_2 - 1)$ kaçtır?

$x_1 + x_2 = 4$ ve $x_1 \cdot x_2 = -10$ dur.

$(2x_1 - 1) \cdot (2x_2 - 1)$

$= 4x_1x_2 - 2x_1 - 2x_2 + 1$

$= 4x_1x_2 - 2(x_1 + x_2) + 1$

$= 4 \cdot (-10) - 2 \cdot 4 + 1 = -47$

1. $2x^2 - x - 4 = 0$ denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 4

2. $x^2 - kx + 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$(x_1 + 3) \cdot (x_2 + 3) = 19$

olduğuna göre, k kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

3. $x^2 + x - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1 \cdot (1 - x_2) + x_2(1 - x_1)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. $x^2 - (m + 1)x - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1^2 \cdot x_2^3 + x_1^3 \cdot x_2^2 = -8$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

B	E	C	A

köşetaşı

$x^2 - 2x - 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\frac{1}{x_1 - 2} + \frac{1}{x_2 - 2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bu köşetaşında ise kökler toplamı ve kökler çarpımı yardımıyla kesirli ifadelerin çözümünü bulacağız. Bu tür ifadelerde yapmamız gereken ilk hamle paydaları eşitlemektir.

$x^2 - 2x - 4 = 0$ denkleminde $x_1 + x_2 = 2$ ve $x_1 \cdot x_2 = -4$ tür.

$$\underset{(x_2-2)}{\frac{1}{x_1 - 2}} + \underset{(x_1-2)}{\frac{1}{x_2 - 2}} = \frac{x_2 - 2 + x_1 - 2}{(x_1 - 2) \cdot (x_2 - 2)} = \frac{x_1 + x_2 - 4}{x_1 \cdot x_2 - 2x_1 - 2x_2 + 4}$$

$$= \frac{x_1 + x_2 - 4}{x_1 \cdot x_2 - 2(x_1 + x_2) + 4}$$

$$= \frac{2 - 4}{-4 - 2 \cdot 2 + 4} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$$

1. $x^2 - x - 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\frac{1}{x_1 + 1} + \frac{1}{x_2 + 1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{3}{2}$ B) $-\frac{3}{4}$ C) $-\frac{2}{3}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{3}{4}$

2. $2x^2 - mx - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) –6 B) –4 C) –3 D) 2 E) 3

3. $x^2 - 3x - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\left(1 + \frac{x_1}{x_2}\right) \cdot \left(1 + \frac{x_2}{x_1}\right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) –9 B) –6 C) –3 D) 3 E) 9

4. $x^2 - 4x - 4 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\frac{1}{3 - x_1} + \frac{1}{3 - x_2}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{4}{9}$ B) $-\frac{2}{7}$ C) $-\frac{3}{5}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{5}{6}$

A	C	A	B

köşetaşı

$x^2 - x - 5 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1^2 + x_2^2$ kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bu köşetaşında da kökler toplamı ve kökler çarpımından yararlanarak $x_1^2 + x_2^2$ ifadesini bulacağız.

Öncelikle tam kare ifadelerden toplamın karesini hatırlayalım.

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

ifadesine göre, $(x_1 + x_2)^2 = x_1^2 + 2x_1 \cdot x_2 + x_2^2$

$(x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2 = x_1^2 + x_2^2$ elde edilir.

Bu nedenle kısaca $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2$ bağıntısını ezberleyebiliriz.

Köşetaşının çözümü:

$x^2 - x - 5 = 0$ denkleminde $x_1 + x_2 = 1$ ve $x_1 \cdot x_2 = -5$ dir.

Buna göre, $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2$

$= 1^2 - 2 \cdot (-5)$

$= 11$ bulunur.

1. $x^2 - 6x + 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1^2 + x_2^2$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) 28 B) 30 C) 32 D) 34 E) 36

2. $x^2 - 2x + m = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1^2 + x_2^2 = 12$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) –6 B) –4 C) –2 D) 2 E) 4

3. $x^2 - 3x - 6 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) $-\frac{7}{2}$ B) $-\frac{5}{2}$ C) $-\frac{5}{3}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{9}{4}$

4. $x^2 + 4x - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\frac{x_1 + 1}{x_2} + \frac{x_2 + 1}{x_1}$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) –16 B) –14 C) –12 D) –10 E) –8

C B A B

köşetaşı

$b \neq 0$ olmak üzere, $x^2 - (a + 2)x + 3 \cdot b = 0$ denkleminin kökleri a ve b dir.

Buna göre, $a^3 + b^3$ kaçtır?

açıklamalı çözüm

Köklerin denklemin içine katsayı olarak yazıldığı ikinci dereceden denklem sorularında tek yapmamız gereken kökler toplamı ve çarpımını yazmaktır.

Köşetaşının çözümü:

$x^2 - (a + 2) \cdot x + 3 \cdot b = 0$

denkleminin kökleri a ve b ise $x_1 + x_2$ ve $x_1 \cdot x_2$ ifadelerinde x_1 ve x_2 nin yerine a ve b yi yazarız.

$x_1 + x_2 = a + 2 \Rightarrow \cancel{a} + b = \cancel{a} + 2 \Rightarrow b = 2$

$x_1 \cdot x_2 = 3 \cdot b \Rightarrow a \cdot \cancel{b} = 3 \cdot \cancel{b} \Rightarrow a = 3$

Buna göre, $a^3 + b^3 = 27 + 8 = 35$ bulunur.

1. $x^2 - 4x - 2p = 0$ denkleminin kökleri sıfırdan farklı p ve q dur.

Buna göre, $p^2 + q^2$ kaçtır?

A) 32 B) 36 C) 40 D) 44 E) 48

2. $b \neq 0$ olmak üzere, $x^2 - (a - 2)x - b = 0$ denkleminin kökleri a ve b dir.

Buna göre, a – b kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $m \neq 0$ olmak üzere, $x^2 + (m - 2n)x + 4m = 0$ denkleminin kökleri m ve n dir.

Buna göre, m + n değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. $x^2 - (x_2 - 3)x + 2x_1 = 0$ denkleminin kökleri sıfırdan farklı x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1 - x_2$ değeri kaçtır?

A) –1 B) –2 C) –3 D) –4 E) –5

C A D E

köşetaşı

$x^2 - 3x + k = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$|x_1 - x_2| = 1$

Buna göre, k kaçtır?

açıklamalı çözüm

İkinci dereceden bir denklemin kökleri $x_1 = \dfrac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$ ve $x_2 = \dfrac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ olduğundan

$$|x_1 - x_2| = \left|\frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} - \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\right|$$

$$= \left|\frac{-b+\sqrt{\Delta}+b+\sqrt{\Delta}}{2a}\right| = \left|\frac{2\sqrt{\Delta}}{2a}\right| = \left|\frac{\sqrt{\Delta}}{a}\right| \text{ bulunur.}$$

Buna göre, kökleri x_1 ve x_2 olan denklemde

$|x_1 - x_2| = \left|\dfrac{\sqrt{\Delta}}{a}\right|$ olur.

Köşetaşının çözümü:

$$|x_1 - x_2| = 1 \Rightarrow \frac{\sqrt{9-4\cdot k}}{1} = 1 \Rightarrow \sqrt{9-4k} = 1$$

$$9 - 4k = 1$$

$$k = 2 \text{ bulunur.}$$

1. $x^2 - x - 3 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $|x_1 - x_2|$ kaçtır?

A) $\sqrt{10}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\sqrt{13}$ D) $\sqrt{14}$ E) $3\sqrt{2}$

2. $2x^2 - 3x + n = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 \cdot x_2 = -\dfrac{1}{2}$

olduğuna göre, $|x_1 - x_2|$ kaçtır?

A) $\dfrac{\sqrt{15}}{4}$ B) $\dfrac{\sqrt{17}}{2}$ C) $\dfrac{\sqrt{19}}{4}$ D) $\dfrac{\sqrt{21}}{2}$ E) $\dfrac{\sqrt{23}}{4}$

3. $x^2 - 8x + m = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$|x_1 - x_2| = 4\sqrt{3}$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) –4 B) –2 C) 2 D) 4 E) 6

4. $2x^2 - ax - 1 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$|x_1 - x_2| = 3$

olduğuna göre, a nın pozitif değeri kaçtır?

A) $2\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{6}$ C) 5 D) $3\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{7}$

karekök

C | B | D | E

köşetaşı

Kökleri 2 ve –5 olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulunuz.

açıklamalı çözüm

Kökleri Verilen Denklemi Yazma

Son olarak kökleri verilen ikinci dereceden bir denklemi bulalım. Bunu yapabilmek için üç terimlileri hatırlayalım.

Bu denklemin kökleri x_1 ve x_2 ise bu kökler

$(x - x_1)\cdot(x - x_2) = 0$

denkleminden bulunuyordu. Bu denklemdeki çarpma işlemini yaptığımızda

$$(x - x_1)\cdot(x - x_2) = 0 \Rightarrow x^2 - x_1\cdot x - x_2\cdot x + x_1\cdot x_2 = 0$$

$$x^2 - (x_1 + x_2)\cdot x + x_1\cdot x_2 = 0$$

denklemi elde edilir.

Kısacası, kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden denklem

$x^2 - (x_1 + x_2)\cdot x + x_1\cdot x_2 = 0$

şeklinde yazılır.

Bunu x^2 – (kökler toplamı)·x + (kökler çarpımı) = 0 olarak aklımızda tutabiliriz.

Köşetaşının çözümü:

Kökler 2 ve –5 olduğundan $x_1 + x_2 = -3$ ve $x_1\cdot x_2 = -10$ olur.

Buna göre, denklem $x^2 - (x_1 + x_2)\cdot x + (x_1\cdot x_2) = 0$

$x^2 + 3x - 10 = 0$ olur.

1. Kökleri –3 ve 4 olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 - x - 7 = 0$ B) $x^2 + x - 7 = 0$ C) $x^2 - 7x - 12 = 0$ D) $x^2 - x - 12 = 0$ E) $x^2 + x - 12 = 0$

2. Çözüm kümesi {–6, –1} olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + 7x + 6 = 0$ B) $x^2 - 6x + 7 = 0$ C) $x^2 - 7x - 6 = 0$ D) $x^2 - 7x + 6 = 0$ E) $x^2 + 6x + 7 = 0$

3. Kökleri $\dfrac{1}{2}$ ve 4 olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 - 9x + 4 = 0$ B) $2x^2 - 9x + 2 = 0$ C) $2x^2 - 9x + 4 = 0$ D) $x^2 - 7x + 2 = 0$ E) $2x^2 - 7x + 4 = 0$

4. Kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemde,

$x_1 + x_2 - x_1\cdot x_2 = 7$

$2x_1 + 2x_2 + x_1\cdot x_2 = -4$

olduğuna göre, bu denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 - 3x - 6 = 0$ B) $x^2 + 3x - 6 = 0$ C) $x^2 - 2x + 4 = 0$ D) $x^2 + x - 6 = 0$ E) $x^2 - x - 6 = 0$

karekök

D | A | C | E

köşetaşı

Köklerinden biri $2 - \sqrt{5}$ olan rasyonel katsayılı ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklemi bulunuz.

açıklamalı çözüm

İkinci dereceden denklemlerin köklerinin

$$x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \text{ ve } x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$$

formülleriyle bulunduğunu öğrenmiştik. Dikkatle incelediğimizde bu iki kök arasındaki tek farkın $\sqrt{\Delta}$ nin başındaki işareti olduğunu görürüz.

Buna göre, köklerinden biri $a + \sqrt{b}$ olan ikinci dereceden bir denklemin diğer kökünün $a - \sqrt{b}$ olduğunu söyleyebiliriz.

Daha sonra $x^2 - (x_1 + x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0$ şeklinde denklemi buluruz.

Köşetaşının çözümü:

Köklerin biri $2 - \sqrt{5}$ ise diğeri $2 + \sqrt{5}$ dir.

$x_1 + x_2 = 2 - \sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} = 4$

$x_1 \cdot x_2 = \underbrace{(2-\sqrt{5}) \cdot (2+\sqrt{5})}_{\text{iki kare farkı}} = 2^2 - (\sqrt{5})^2 = 4 - 5 = -1$

olduğundan denklem $x^2 - (x_1 + x_2) \cdot x + x_1 \cdot x_2 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 1 = 0$ olur.

1. **Köklerinden biri $3 - \sqrt{2}$ olan rasyonel katsayılı ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^2 - 6x + 1 = 0$ B) $x^2 - 6x + 7 = 0$
C) $x^2 - 6x - 7 = 0$ D) $x^2 + 7x + 6 = 0$
E) $x^2 - 7x - 6 = 0$

2. **Köklerinden biri $2 + \sqrt{7}$ olan rasyonel katsayılı ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^2 + 3x + 4 = 0$ B) $x^2 - 4x - 5 = 0$
C) $x^2 + 4x - 3 = 0$ D) $x^2 - 4x + 5 = 0$
E) $x^2 - 4x - 3 = 0$

3. **Köklerinden biri $\sqrt{3} - 1$ olan rasyonel katsayılı ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem aşağıdakilerden hangisidir?** *(Dikkat!)*

A) $x^2 + 2x - 2 = 0$ B) $x^2 + 2x + 4 = 0$
C) $x^2 + 2x + 2 = 0$ D) $x^2 - x - 2 = 0$
E) $x^2 + x + 2 = 0$

4. **Kökleri $\sqrt{5} - 1$ ve $\sqrt{5} + 1$ olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem aşağıdakilerden hangisidir?** *(Bunun farkı ne?)*

A) $x^2 - \sqrt{5}x + 4 = 0$ B) $x^2 + 2x + 6 = 0$
C) $x^2 - 2x + 4 = 0$ D) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 4 = 0$
E) $x^2 - 2\sqrt{5}x + 6 = 0$

karekök

B | E | A | D

1. $x^2 + (n - 2)x - 4 = 0$

denkleminin köklerinin aritmetik ortalaması –5 olduğuna göre, n kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

2. $x^2 + (m - 1)x + 2m + 3 = 0$

denkleminin köklerinin toplamı –2 olduğuna göre, köklerinin çarpımı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 8 E) 9

3. $x^2 - kx - 3 = 0$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 \cdot x_2 - 2x_1 - 2x_2 = 5$

olduğuna göre, k kaçtır?

A) –4 B) –2 C) –1 D) 2 E) 4

4. $\frac{1}{x+4} - \frac{1}{x+1} = -1$

denkleminin köklerinin toplamı kaçtır?

A) –7 B) –5 C) –3 D) –2 E) –1

5. $3x^2 - 6x + k = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$3x_1 - x_2 = -6$

olduğuna göre, k kaçtır?

A) –9 B) –8 C) –6 D) –4 E) –3

6. $x^2 - 9x + m - 2 = 0$

denkleminin köklerinin biri diğerinin yarısına eşittir.

Buna göre, m kaçtır?

A) 12 B) 14 C) 16 D) 18 E) 20

karekök

7. $x^2 - 2x - 5 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $(2x_1 - 1)\cdot(2x_2 - 1)$ değeri kaçtır?

A) –23 B) –19 C) –17 D) –13 E) –9

8. $x^2 - 4x + 1 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\frac{1}{x_1+2}+\frac{1}{x_2+2}$ değeri kaçtır?

A) $\frac{4}{9}$ B) $\frac{7}{10}$ C) $\frac{8}{13}$ D) $\frac{10}{13}$ E) $\frac{13}{15}$

9. $2x^2 - x - 4 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1^2 + x_2^2$ değeri kaçtır?

A) $\frac{15}{4}$ B) $\frac{17}{4}$ C) $\frac{19}{4}$ D) $\frac{21}{4}$ E) $\frac{23}{4}$

10. $x^2 + (2 - m)x + 4n = 0$

denkleminin kökleri sıfırdan farklı m ve n dir.

Buna göre, m – n kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11. $x^2 + 2x - 4 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $|x_1 - x_2|$ değeri kaçtır?

A) 4 B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{5}$ D) $2\sqrt{6}$ E) 5

12. Kökleri –1 ve 3 olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 - 2x + 3 = 0$ B) $x^2 - 2x - 3 = 0$

C) $x^2 + 3x - 2 = 0$ D) $x^2 + 3x + 2 = 0$

E) $x^2 - x - 3 = 0$

13. Köklerinden biri $5 + \sqrt{3}$ olan rasyonel katsayılı ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + 2x - 10 = 0$ B) $x^2 - 10x + 2 = 0$

C) $x^2 - 10x - 2 = 0$ D) $x^2 - 10x + 22 = 0$

E) $x^2 + 10x + 22 = 0$

karekök

1 E 2 E 3 A 4 B 5 A 6 E 7 A 8 C 9 B 10 E 11 C 12 B 13 D

1. $x^2 + 3x + k = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1^2 + x_1 \cdot x_2 = 6$

olduğuna göre, k kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $x^2 - nx - 2 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 + \frac{4}{x_2} = 1$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 4

3. $ax^2 - (4 + a)x + 2 = 0$

denkleminin simetrik iki kökü olduğuna göre, a kaçtır?

A) –4 B) –2 C) –1 D) 2 E) 4

4. $ax^2 - (a + 1)x + a - 3 = 0$

denkleminin kökler toplamı 2 olduğuna göre, kökler çarpımı kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

5. $nx^2 - 2x - 1 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$(x_1 + 1)\cdot(x_2 + 1) = \frac{5}{4}$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) –8 B) –4 C) –2 D) 2 E) 4

6. $x^2 + 2x - 4 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\frac{x_1-1}{x_2}+\frac{x_2-1}{x_1}$ değeri kaçtır?

A) $-\frac{7}{2}$ B) $-\frac{5}{2}$ C) –2 D) $\frac{5}{2}$ E) $\frac{7}{2}$

7. $x^2 - 2x - 6 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, kökleri $x_1 \cdot x_2$ ve $x_1 + x_2$ olan ikinci dereceden bir bilinmeyenli denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 - 4x - 12 = 0$ B) $x^2 + 4x - 12 = 0$

C) $x^2 + 4x - 6 = 0$ D) $x^2 - 12x - 4 = 0$

E) $x^2 - 12x + 4 = 0$

8. $\frac{x}{x+2} - \frac{2}{x} = 3$

denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?

A) $-\frac{8}{3}$ B) –2 C) 10 D) $\frac{4}{3}$ E) 2

karekök

9. $x^2 - px + 20 = 0$

denkleminin kökleri ardışık iki doğal sayıdır.

Buna göre, p kaçtır?

A) –9 B) –6 C) –3 D) 6 E) 9

10. $x^2 - ax + 16 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 = 2 \cdot x_2^2$ olduğuna göre, a kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 6 D) 8 E) 10

11. Köklerinden birisi $4 - 2\sqrt{2}$ olan rasyonel katsayılı ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 + 8x + 8 = 0$ B) $x^2 - 8x + 8 = 0$

C) $x^2 - 8x + 4 = 0$ D) $x^2 - 4x - 4 = 0$

E) $x^2 - 4x + 2 = 0$

12. $x^2 - x - m + 1 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1^2 + x_2^2 - x_1 \cdot x_2 = 7$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

13. $mx^2 - nx + 4n = 0$

denkleminin köklerinin toplamı –2 dir.

Buna göre, denklemin kökler çarpımı kaçtır?

A) –8 B) –4 C) –2 D) 4 E) 8

14. $x^2 - 4x + 1 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\sqrt{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}}$ kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) 1 D) 2 E) 4

15. $x^2 - 5x + 4p = 0$

denkleminin sıfırdan farklı kökleri p ve q dur.

Buna göre, p kaçtır?

A) –3 B) –1 C) 1 D) 3 E) 4

16. Köklerinin aritmetik ortalaması –3, geometrik ortalaması 2 olan ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 - 6x + 4 = 0$ B) $x^2 + 6x + 4 = 0$

C) $x^2 + 3x + 4 = 0$ D) $x^2 - 3x + 2 = 0$

E) $x^2 - 3x + 4 = 0$

karekök

1 B 2 C 3 A 4 A 5 E 6 A 7 B 8 E 9 E 10 E 11 B 12 C 13 A 14 D 15 C 16 B

1. Denklemde $x_1 + x_2 = -3$, $x_1 \cdot x_2 = k$ dir.

$x_1^2 + x_1 \cdot x_2 = 6 \Rightarrow x_1 \cdot (x_1 + x_2) = 6$

$x_1 \cdot (-3) = 6$

$x_1 = -2$

Buna göre, $x_2 = -1$ olup $x_1 \cdot x_2 = k = 2$ bulunur.

Yanıt B

2. Denklemde $x_1 + x_2 = n$, $x_1 \cdot x_2 = -2$ dir.

$x_1 + \frac{4}{x_2} = 1 \Rightarrow \frac{x_1 \cdot x_2 + 4}{x_2} = 1$

$\frac{2}{x_2} = 1 \Rightarrow x_2 = 2$

Buna göre, $x_1 = -1$ olup $x_1 + x_2 = n$

$-1 + 2 = n$

$1 = n$ bulunur.

Yanıt C

3. Bir denklemin simetrik iki kökü varsa kökler toplamı sıfırdır.

$\frac{4 + a}{a} = 0 \Rightarrow 4 + a = 0 \Rightarrow a = -4$

Yanıt A

4. $x_1 + x_2 = \frac{a + 1}{a} = 2 \Rightarrow a + 1 = 2a \Rightarrow a = 1$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{a - 3}{a} = -\frac{2}{1} = -2$

Yanıt A

5. Denklemde $x_1 + x_2 = \frac{2}{n}$, $x_1 \cdot x_2 = -\frac{1}{n}$ dir.

$(x_1 + 1) \cdot (x_2 + 1) = \frac{5}{4}$

$x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2 + 1 = \frac{5}{4}$

$-\frac{1}{n} + \frac{2}{n} = \frac{1}{4}$

$\frac{1}{n} = \frac{1}{4}$

$n = 4$

Yanıt E

6. Denklemde $x_1 + x_2 = -2$, $x_1 \cdot x_2 = -4$ tür.

$\frac{x_1 - 1}{x_2} + \frac{x_2 - 1}{x_1} = \frac{x_1^2 - x_1 + x_2^2 - x_2}{x_1 \cdot x_2}$

$= \frac{x_1^2 + x_2^2 - (x_1 + x_2)}{x_1 \cdot x_2}$

$= \frac{(x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 - (x_1 + x_2)}{x_1 \cdot x_2}$

$= \frac{4 + 8 + 2}{-4} = -\frac{7}{2}$

Yanıt A

7. Denklemde $x_1 + x_2 = 2$, $x_1 \cdot x_2 = -6$ dır.

Buna göre, kökleri –6 ve 2 olan denklem

$x^2 - (-6 + 2) \cdot x + (-6 \cdot 2) = 0$

$x^2 + 4x - 12 = 0$ olur.

Yanıt B

8. $\underset{(x)}{\frac{x}{x + 2}} - \underset{(x+2)}{\frac{2}{x}} = 3$

$\frac{x^2 - 2x - 4}{x^2 + 2x} = 3$

$x^2 - 2x - 4 = 3x^2 + 6x$

$2x^2 + 8x + 4 = 0$

denkleminde $x_1 \cdot x_2 = \frac{4}{2} = 2$ bulunur.

Yanıt E

karekök

9. Denklemde ardışık köklerin çarpımı 20 dir.
Buna göre, bu kökler 4 ve 5 olur.
$x_1 + x_2 = p \Rightarrow 4 + 5 = p \Rightarrow p = 9$

Yanıt E

10. Denklemde $x_1 \cdot x_2 = 16$ dır.
$x_1 \cdot x_2 = 16 \Rightarrow 2x_2^2 \cdot x_2 = 16$
$x_2^3 = 8$
$x_2 = 2$
Bu kök denklemi sağladığından,
$2^2 - a \cdot 2 + 16 = 0 \Rightarrow a = 10$ olur.

Yanıt E

11. Köklerden biri $4 - 2\sqrt{2}$ ise diğeri $4 + 2\sqrt{2}$ dir.
$x_1 + x_2 = 4 - 2\sqrt{2} + 4 + 2\sqrt{2} = 8$
$x_1 \cdot x_2 = (4 - 2\sqrt{2}) \cdot (4 + 2\sqrt{2}) = 4^2 - (2\sqrt{2})^2 = 8$
Buna göre, denklem $x^2 - 8x + 8 = 0$ bulunur.

Yanıt B

12. $x_1^2 + x_2^2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1 \cdot x_2$
$x_1^2 + x_2^2 - x_1 \cdot x_2 = 7$
$(x_1 + x_2)^2 - 3x_1 \cdot x_2 = 7$
$1 - 3 \cdot (-m + 1) = 7$
$1 + 3m - 3 = 7$
$3m = 9$
$m = 3$

Yanıt C

13. $x_1 + x_2 = -2 \Rightarrow \frac{n}{m} = -2$ dir.
$x_1 \cdot x_2 = \frac{4n}{m} = 4 \cdot \frac{n}{m} = 4 \cdot (-2) = -8$ olur.

Yanıt A

14. Denklemde $x_1 + x_2 = 4$, $x_1 \cdot x_2 = 1$ dir.
$\sqrt{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}} = \sqrt{\frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2}}$
$= \sqrt{4} = 2$ olur.

Yanıt D

15. Denklemin kökleri p ve q ise $x_1 = p$ ve $x_2 = q$ yazarız.
$x_1 \cdot x_2 = 4p \Rightarrow p \cdot q = 4p \Rightarrow q = 4$
$x_1 + x_2 = 5 \Rightarrow p + q = 5 \Rightarrow p + 4 = 5 \Rightarrow p = 1$

Yanıt C

16. Köklerin aritmetik ortalaması -3 ise,
$\frac{x_1 + x_2}{2} = -3 \Rightarrow x_1 + x_2 = -6$ dır.
Köklerin geometrik ortalaması 2 ise,
$\sqrt{x_1 \cdot x_2} = 2 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 = 4$ tür.
Buna göre, denklem $x^2 + 6x + 4 = 0$ olur.

Yanıt B

KONU TESTİ - 2

1. $x^2 - 4nx + n = 0$
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
Buna göre, $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ değeri kaçtır?

A) -4 B) -2 C) -1 D) 2 E) 4

2. $x^2 + (m - 3)x - 7 = 0$
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
$\frac{x_1}{x_2} = x_1 - 1$
olduğuna göre, m kaçtır?

A) -4 B) -2 C) 4 D) 8 E) 10

3. $\frac{x+2}{3} - \frac{1}{x} = -2$
denkleminin kökler toplamının kökler çarpımına oranı kaçtır?

A) $\frac{5}{3}$ B) $\frac{7}{4}$ C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{8}{3}$ E) $\frac{10}{3}$

4. Kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden denklemde,
$x_1 + 2x_2 = 1$ ve $3x_1 - x_2 = -4$
olduğuna göre, bu denklem aşağıdakilerden hangisidir?

A) $x^2 - 1 = 0$ B) $x^2 - x - 1 = 0$
C) $x^2 - x - 3 = 0$ D) $x^2 + 2x - 2 = 0$
E) $x^2 - 2x - 4 = 0$

5. $x^2 - (2x_1 + 3x_2)x + 3 \cdot x_1 = 0$
denkleminin kökleri sıfırdan farklı x_1 ve x_2 dir.
Buna göre, $x_1 + x_2$ kaçtır?

A) -4 B) -3 C) -2 D) 2 E) 3

6. $x^2 - 6x + m = 0$
denkleminin köklerinden biri diğerinden 2 fazladır.
Buna göre, m kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

7. $x^2 - 2x - n = 0$
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.
$x_1^2 + x_2^2 = 10$
olduğuna göre, n kaçtır?

A) -3 B) -2 C) 1 D) 2 E) 3

8. $(k - 2)x^2 - kx + 8 = 0$
ikinci dereceden denkleminin köklerinin toplamı köklerinin çarpımından 2 fazladır.
Buna göre, bu denklemin kökleri toplamı kaçtır?

A) $-\frac{2}{3}$ B) $-\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$ D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{4}{3}$

9. $x^2 - 6x - a = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$|x_1 - x_2| = 8$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

10. $x^2 - 4x + m + 2 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1^2 - x_2^2 = 24$

olduğuna göre, m kaçtır?

A) –7 B) –5 C) –3 D) 4 E) 6

11. $x^2 - nx + 4 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\sqrt{x_1} + \sqrt{x_2} = 3$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) –6 B) –5 C) –2 D) 3 E) 5

12. $x^2 - 14x + k = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\frac{x_1 - x_2}{x_1 + 2x_2} = \frac{1}{3}$

olduğuna göre, $x_1 \cdot x_2$ kaçtır?

A) 32 B) 36 C) 40 D) 44 E) 48

13. $x^2 - kx - 4 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\frac{4}{x_1} + \frac{x_2}{4} = 1$ olduğuna göre, x_1 kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 2 E) 3

14. $x^2 - nx + 27 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 = \sqrt{x_2}$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 24

karekök

15. $x^2 - 10x + m = 0$

denkleminin kökleri 2 ve 3 ile orantılı olduğuna göre, m kaçtır?

A) 12 B) 18 C) 24 D) 36 E) 48

16. $m \neq 0$ olmak üzere,

$x^2 + mx + n - 2 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 + x_2 = \frac{3}{x_1} + \frac{3}{x_2}$ olduğuna göre, n kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1 E 2 E 3 D 4 A 5 B 6 C 7 E 8 D 9 D 10 A 11 E 12 C 13 E 14 D 15 C 16 E

ÖSYS SORULARI

1. $x^2 - 2x + a = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olduğuna göre, a nın hangi değeri için, $x_1 + x_2 + x_1 . x_2 = 5$ olur?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

(ÖYS 1987)

2. $2x^2 - 5x + p^2 + q^2 = 0$

denkleminin kökleri p ve q olduğuna göre, diskriminantı kaçtır?

A) 17 B) 9 C) 1 D) 0 E) –1

(ÖYS 1989)

3. $x^2 + (x_1 + 4)x - 3x_2 = 0$

denkleminin kökleri, sıfırdan farklı olan x_1 ve x_2 sayılarıdır.

Buna göre, büyük kök kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

(ÖYS 1993)

4. $4x^2 - 5x - 1 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\frac{1}{2 - x_1} + \frac{1}{2 - x_2}$ toplamı kaçtır?

A) 1 B) 2 C) $\frac{9}{4}$ D) $\frac{11}{5}$ E) $\frac{13}{5}$

(ÖYS 1997)

karekök

5. $x^2 - ax + 16 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\frac{1}{\sqrt{x_1}} + \sqrt{x_2} = 5$

olduğuna göre, a kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 17

(ÖSS 2008 II)

1 C 2 D 3 E 4 D 5 E

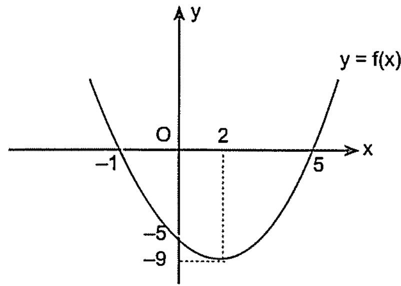
BÖLÜM 3

Parabol

KÖŞETAŞI KAZANIMLAR

1. Fonksiyonların grafiğinde verilen bir x değeri için f(x) değerini bulur.
2. Parabolün ikinci dereceden fonksiyonların grafiği olduğunu kavrar.
3. Üzerinde verilen bir noktanın parabolü sağladığını kavrar.
4. Bir köşesi parabol üzerinde bulunan geometrik şekilleri kavrar.
5. Parabolün x eksenini kestiği noktaların koordinatlarını bulur.
6. Parabol denklemlerinde diskriminantın rolünü kavrar.
7. Parabolün y eksenini kestiği noktaların koordinatlarını bulur.
8. Parabolün tepe noktasının apsisini bulur.
9. Parabolün tepe noktasının ordinatını bulur.
10. Fonksiyonun en küçük veya en büyük değerini bulur.
11. Parabolün simetri eksenini bulur.
12. Parabolün simetri ekseni ile ilgili uygulama yapar.
13. Parabolün simetri ekseni ile ilgili uygulama yapar.
14. Tepe noktası orijin olan parabolleri kavrar.
15. Denklemi verilen parabolleri çizer.
16. Eksenleri kestiği noktaları verilen parabol denklemlerini yazar.
17. Tepe noktası verilen parabol denklemlerini yazar.
18. Parabol ile doğrunun kesişim noktasını bulur.
19. Parabol ile doğrunun kesişip kesişmediğini diskriminant yardımıyla bulur.
20. İki parabolün kesişim noktasını bulur.

köşetaşı



Yanda verilen y = f(x) eğrisine göre, f(–1), f(0), f(2) ve f(5) değerlerini bulunuz.

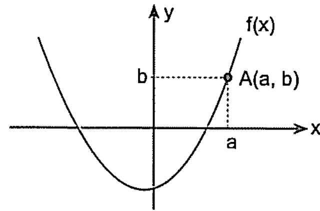
açıklamalı çözüm

İlk olarak grafiği verilen bir fonksiyon üzerindeki noktaları kullanarak fonksiyonun bazı değerlerini bulalım.

Bir nokta A(a, b) şeklinde yazılıp iki bileşenden oluşur.

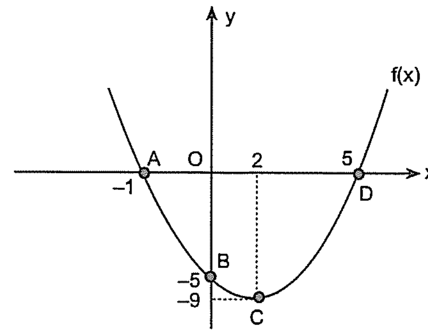
Noktanın apsisi a, ordinatı b dir.

Fonksiyonun grafiği üzerinde bulunan A(a, b) noktası için f(a) = b dir.



Hatırlatma: x ekseni üzerindeki noktaların ordinatları (ikinci bileşenleri) sıfırdır. y ekseni üzerindeki noktaların apsisleri (birinci bileşenleri) sıfırdır.

Köşetaşının çözümü:



Grafik üzerinde verilen noktaları inceleyelim.

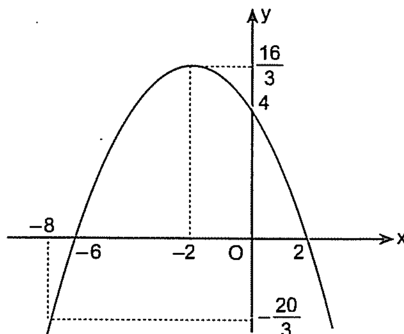
A(–1, 0) ⇒ f(–1) = 0

B(0, –5) ⇒ f(0) = –5

C(2, –9) ⇒ f(2) = –9

D(5, 0) ⇒ f(5) = 0

Yandaki soruları grafiğe göre cevaplayınız.



1. f(–2) + f(0) – f(2)

değeri kaçtır?

A) 9 B) $\frac{28}{3}$ C) $\frac{32}{3}$ D) 12 E) $\frac{40}{3}$

karekök

2. $\frac{f(-6) - f(-8)}{f(0)}$

değeri kaçtır?

A) 1 B) $\frac{5}{3}$ C) 3 D) $\frac{10}{3}$ E) 4

B | B

köşetaşı

$f(x) = x^{n+1} - x + 2$

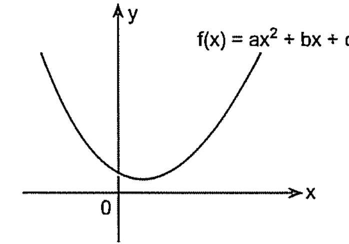
fonksiyonunun grafiği parabol belirttiğine göre, n kaçtır?

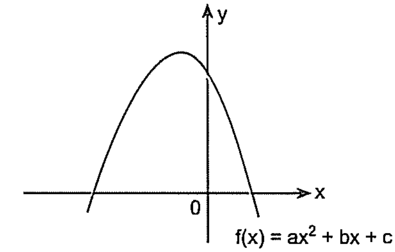
açıklamalı çözüm

a, b, c birer reel sayı ve a ≠ 0 olmak üzere, $f(x) = ax^2 + bx + c$ şeklinde ifade edilen fonksiyonlara ikinci dereceden fonksiyonlar denir.

$f(x) = 2x^2 + x + 1$, $f(x) = 3x^2 - 2x + 4$, $f(x) = x^2 + 1$ ikinci dereceden fonksiyonlardır.

İkinci dereceden fonksiyonların grafiklerine de parabol denir. Paraboller ∪ veya ∩ şeklindeki eğrilerdir.





Not: Bir parabolün kollarının yönünü x^2 nin katsayısına bakarak anlayabiliriz. a > 0 ise kollar yukarı, a < 0 ise kollar aşağı doğrudur.

Köşetaşının çözümü:

f(x) fonksiyonunun parabol belirtmesi için $f(x) = ax^2 + bx + c$ biçiminde bir fonksiyon olması gerekir.

Yani, x in 2. dereceden kuvveti olmalıdır.

Bu nedenle $f(x) = x^{n+1} - x + 2$ fonksiyonunda n + 1 = 2 ⇒ n = 1 bulunur.

1. $f(x) = x^{4-m} - m \cdot x + 4$

fonksiyonunun grafiği bir parabol olduğuna göre, m kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. Aşağıdaki fonksiyonlardan hangisinin grafiği bir parabol belirtir?

A) f(x) = 3x – 5

B) $f(x) = \frac{x^2 + 1}{x}$

C) $f(x) = -x^2 + 2x + 4$

D) f(x) = |x| – 3

E) f(x) = |x – 3|

karekök

3. $f(x) = x^{5-3p} - x^{p-1} + 1$

fonksiyonu bir parabol belirttiğine göre, p kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $f(x) = (4n - 12)x^3 - nx^2 + x - 2$

fonksiyonunun grafiği bir parabol olduğuna göre, n kaçtır?

A) –3 B) –2 C) 0 D) 3 E) 4

B | C | A | D

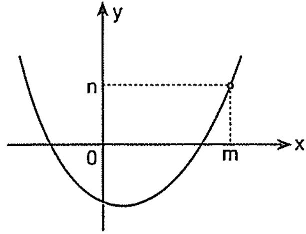
köşetaşı

$f(x) = (2m - 1)x^2 - mx + 4$

parabolü A(–1, 5) noktasından geçtiğine göre, m kaçtır?

açıklamalı çözüm

$f(x) = ax^2 + bx + c$ fonksiyonunda x yerine yazdığımız değerler için bulunan sonuçlar parabol üzerindeki (x, y) noktalarını verir. Bu nedenle parabolü $f(x) = ax^2 + bx + c$ yerine $y = ax^2 + bx + c$ şeklinde de ifade edebiliriz.



Bir parabol (m, n) noktasından geçiyorsa parabol denkleminde x yerine m, y yerine n sayılarını yazarız.

Buna (m, n) noktasının $y = ax^2 + bx + c$ eşitliğini sağlaması da denir.

Köşetaşının çözümü:

$f(x) = (2m - 1)x^2 - mx + 4 \Rightarrow y = (2m - 1)x^2 - mx + 4$ parabolü A(–1, 5) noktasından geçiyorsa bu nokta parabol denklemini sağlar. Denklemde x yerine –1, y yerine 5 yazarız.

$5 = (2m - 1)\cdot(-1)^2 - m\cdot(-1) + 4 \Rightarrow 5 = 2m - 1 + m + 4$

$2 = 3m$

$m = \frac{2}{3}$

1. **Aşağıdaki noktalardan hangisi**

$y = -2x^2 + x - 4$

parabolü üzerindedir?

A) (1, –7) B) (–3, –19) C) (2, –8) D) (–2, –14) E) (–1, –3)

2. **A(–3, 1) noktası $y = x^2 - mx + 4 - m$ parabolü üzerinde olduğuna göre, m kaçtır?**

A) –6 B) –4 C) –2 D) 2 E) 5

3. $y = x^2 + mx + n$ parabolü üzerinde (1, 7) ve (2, 5) noktaları veriliyor.

Buna göre, m·n kaçtır?

A) –64 B) –55 C) –48 D) –36 E) –27

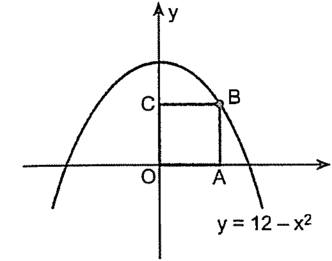
4. $f(x) = x^2 + 2x - 2$

parabolü üzerinde bulunan ve ordinatı apsisine eşit olan noktanın koordinatları aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) (–2, –2) B) (–1, –1) C) (0, 0) D) (2, 2) E) (4, 4)

D A B A

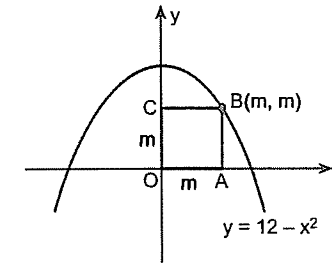
köşetaşı



OABC karesinin B köşesi $y = 12 - x^2$ parabolünün üzerindedir.

Buna göre, karenin alanı kaç br^2 dir?

açıklamalı çözüm



Bir köşesi parabolün üzerinde olan kare ve dikdörtgen sorularında o köşenin koordinatlarını bulmaya çalışmalıyız.

Karenin kenar uzunlukları eşit olduğundan bir kenar uzunluğu m olsa |OA| = |OC| = m olur.

Buna göre, B noktasının koordinatları (m, m) olur.

B noktası parabolün üzerinde olduğundan parabol denklemini sağlar.

$y = 12 - x^2 \Rightarrow m = 12 - m^2 \Rightarrow m^2 + m - 12 = 0$

m +4

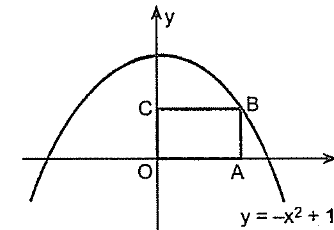
m –3

$(m + 4)(m - 3) = 0 \Rightarrow m = -4, m = 3$

Karenin kenar uzunluğu negatif olamayacağından m = 3 bulunur.

Karenin alanı $m^2 = 3^2 = 9$ olur.

1.

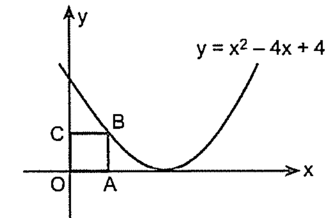


Uzun kenarı kısa kenarının iki katına eşit olan OABC dikdörtgeninin B köşesi $y = -x^2 + 14$ parabolü üzerindedir.

Yukarıda verilenlere göre, |OA| kaç br dir?

A) 3 B) 3,5 C) 4 D) 4,5 E) 5

2.



OABC karesinin B köşesi

$y = x^2 - 4x + 4$

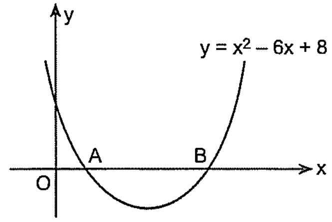
parabolü üzerindedir.

Buna göre, karenin çevresi kaç br dir?

A) 2 B) 2,8 C) 3,2 D) 4 E) 4,8

B D

köşetaşı



$y = x^2 - 6x + 8$ parabolü x eksenini A ve B noktalarında kesmektedir.

Buna göre, A ve B noktasının koordinatlarını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Parabolün x Eksenini Kestiği Noktaları Bulma

x ekseni üzerindeki noktaların ordinatları sıfırdır. Bu nedenle parabolün x eksenini kestiği noktaları bulmak için y yerine sıfır yazıp x değerlerini buluruz.

Köşetaşının çözümü:

A ve B noktalarının ordinatları (y) sıfırdır. Bu nedenle parabol denklemlerinde y yerine sıfır yazarız.

$x^2 - 6x + 8 = 0 \Rightarrow (x-4)\cdot(x-2) = 0 \Rightarrow x = 4$ veya $x = 2$

x -4

x -2

Buna göre, A(2, 0) ve B(4, 0) bulunur.

1. $f(x) = x^2 - 4x - 5$

parabolünün x ekseni kestiği noktalardan birinin apsisi aşağıdakilerden hangisidir?

A) –3 B) –2 C) 1 D) 4 E) 5

2. y = x² – x – 12 (grafik: x_1, x_2)

$y = x^2 - x - 12$ parabolü x eksenini x_1 ve x_2 apsisli noktalarda kesiyor.

Buna göre, $x_1 + x_2$ kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $y = -x^2 + 3x + 4$

parabolünün x eksenini kestiği noktalar arasındaki uzaklık kaç br dir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. y = x² – 6x + 9 (grafik: 16, 0, m, n)

$y = x^2 - 6x + 9$

parabolü x eksenine m apsisli noktada teğettir.

Buna göre, m + n kaçtır?

A) 9 B) 10 C) 12 D) 15 E) 18

karekök

E A D B

köşetaşı

$y = x^2 - 4x + 3m - 1$

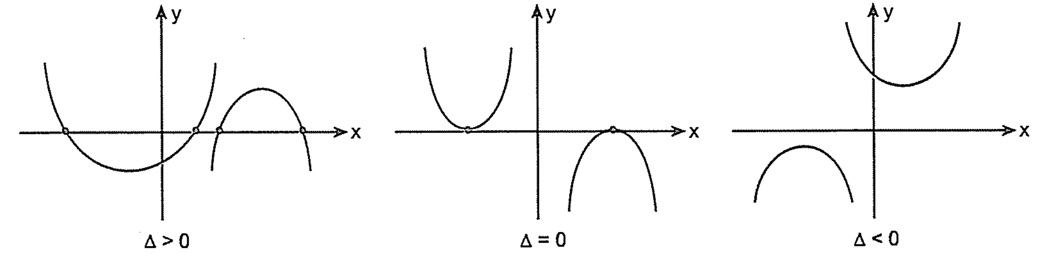
parabolü x eksenine teğet olduğuna göre, m kaçtır?

açıklamalı çözüm

Paraboller x eksenini iki farklı noktada kesmek zorunda değildir. x eksenine değmeyebilir veya x eksenine teğet olabilirler. Bunu parabol denkleminin diskriminantına (Δ) bakarak anlarız.

$y = ax^2 + bx + c$ parabolünde y = 0 için $ax^2 + bx + c = 0$ denklemi elde edilir.

- Δ > 0 ise parabol x eksenini iki farklı noktada keser.
- Δ = 0 ise parabol x eksenine teğettir. (x eksenini bir noktada keser.)
- Δ < 0 ise parabol x eksenini kesmez.



Köşetaşının çözümü:

$y = x^2 - 4x + 3m - 1$ parabolü x eksenine teğet ise Δ = 0 olur.

$b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (-4)^2 - 4\cdot1\cdot(3m-1) = 0$

$16 - 12m + 4 = 0$

$12m = 20$

$m = \frac{5}{3}$ bulunur.

1. $y = mx^2 - 6x + 2$

parabolü x eksenini iki farklı noktada kestiğine göre, m nin en büyük tam sayı değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

2. $y = x^2 - kx + 5$

parabolü x eksenini kesmediğine göre, k nin pozitif tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 10 D) 15 E) 21

3. $y = x^2 - (n+3)x + 16$

parabolü x eksenine teğet olduğuna göre, n nin negatif değeri kaçtır?

A) –11 B) –10 C) –8 D) –5 E) –3

4. $f(x) = mx^2 - (2m-1)x + m$

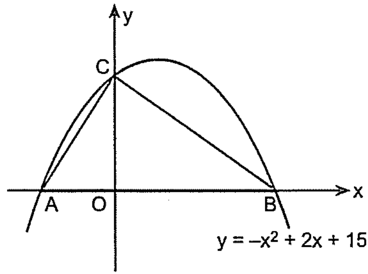
parabolü x eksenini kesmediğine göre, m nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

karekök

C C A D

köşetaşı



Yandaki parabolün eksenleri kestiği noktalar A, B ve C dir.

Buna göre, ABC üçgeninin alanı kaç br^2 dir?

açıklamalı çözüm

Parabolün y Eksenini Kestiği Noktayı Bulma

y ekseni üzerindeki noktaların apsisleri sıfırdır. Bu nedenle parabolün y eksenini kestiği nokta için x yerine sıfır yazıp y değerini buluruz.

Buna göre, $y = ax^2 + bx + c$ parabolü y eksenini (0, c) noktasında keser.

Köşetaşının çözümü:

A ve B için y = 0 verilir.

$-x^2 + 2x + 15 = 0 \Rightarrow -(x^2 - 2x - 15) = 0 \Rightarrow -(x-5)\cdot(x+3) = 0$

x –5, x +3 $\quad x = 5\,,\ x = -3$

C noktası için x = 0 yazılır. $y = -0^2 + 2\cdot 0 + 15 = 15$ olur.

Buna göre, $A(ABC) = \dfrac{|AB|\cdot|OC|}{2} = \dfrac{8\cdot 15}{2} = 60\ br^2$ bulunur.

1. $y = x^2 - 5x + 3$

parabolünün y eksenini kestiği nokta aşağıdakilerden hangisidir?

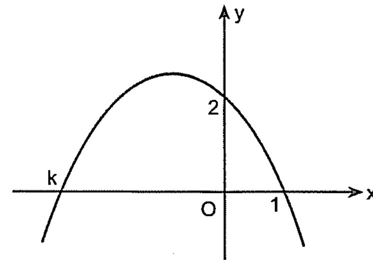
A) (–3, 0) B) (3, 0) C) (0, 3) D) (0, –3) E) (5, 3)

2. $y = x^2 - mx + m - 5$

parabolü y eksenini (0, –1) noktasında kestiğine göre, m kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 3 E) 4

3.



$y = -x^2 + ax + b$ parabolünün eksenleri kestiği noktalar veriliyor.

Buna göre, k kaçtır?

A) –6 B) –5 C) –4 D) –3 E) –2

4. $y = x^2 - 6x - 16$

parabolünün eksenleri kestiği noktaları köşe kabul eden üçgenin alanı kaç br^2 dir?

A) 40 B) 48 C) 60 D) 72 E) 80

C E E E

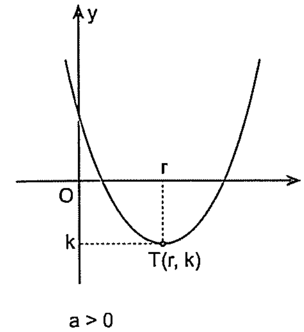
köşetaşı

$y = mx^2 + (m-2)x - 2$

parabolünün tepe noktasının apsisi –2 olduğuna göre, m kaçtır?

açıklamalı çözüm

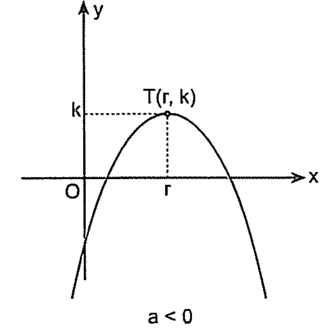
Tepe Noktası



Kolları yukarı doğru olan parabollerin en alt noktasına veya kolları aşağı doğru olan parabollerin en üst noktasına tepe noktası denir.

Tepe noktasının apsisi r, ordinatı k ile gösterilirse T(r, k) olur.

$y = ax^2 + bx + c$ parabolünün tepe noktasının apsisi $r = -\dfrac{b}{2a}$ formülü ile bulunur.



Köşetaşının çözümü:

Tepe noktasının apsisi –2 ise,

$r = -\dfrac{b}{2a} \Rightarrow -2 = -\dfrac{m-2}{2m} \Rightarrow 2 = \dfrac{m-2}{2m}$

$4m = m - 2$

$m = -\dfrac{2}{3}$ bulunur.

1. $y = 2x^2 + 8x - 1$

parabolünün tepe noktasının apsisi kaçtır?

A) –4 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

2. $y = nx^2 - (n-6)x + 1$

parabolünün tepe noktasının apsisi 2 olduğuna göre, n kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

3. $y = 3(x+1)^2 + 4$

parabolünün tepe noktasının apsisi kaçtır?

A) –4 B) –3 C) –1 D) 1 E) 4

4. $f(x) = -x^2 + 4x - 1$

$g(x) = x^2 - 8x + 4$

fonksiyonlarının belirttiği eğrilerin tepe noktalarının apsisleri arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

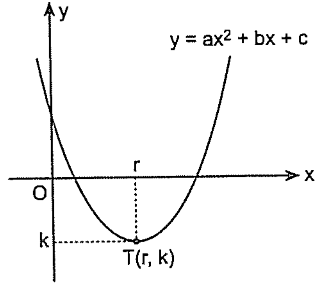
B A C A

köşetaşı

$y = x^2 - 2mx + 4$

parabolünün tepe noktasının ordinatı –5 olduğuna göre, m nin alabileceği değerleri bulunuz.

açıklamalı çözüm



Parabolün tepe noktası parabol üzerinde olduğundan T(r, k) noktası parabol denklemini sağlar.

Buna göre, tepe noktasının ordinatını (k) bulmak için parabol denkleminde x yerine r yazarız.

Köşetaşının çözümü:

$y = x^2 - 2mx + 4$ parabolünün tepe noktasının apsisi

$r = -\frac{b}{2a} \Rightarrow r = -\frac{-2m}{2} = m$ olur.

Buna göre, tepe noktası T(m, –5) olup parabol denklemini sağlar.

$y = x^2 - 2mx + 4 \Rightarrow -5 = m^2 - 2m^2 + 4 \Rightarrow m^2 = 9 \Rightarrow m = 3$ veya $m = -3$ olur.

1. $y = -x^2 + 2x - 7$

parabolünün tepe noktasının koordinatları aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–1, –10) B) (–1, –6) C) (2, –7) D) (1, –4) E) (1, –6)

2. $f(x) = x^2 + 4nx + 5$

parabolünün tepe noktasının ordinatı –11 olduğuna göre, n nin pozitif değeri kaçtır?

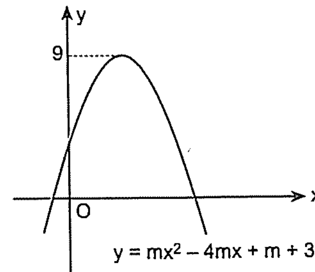
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. Tepe noktası T(–2, 3) olan $y = x^2 + bx + c$ parabolünde c kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 9

karekök

4.



Tepe noktasının ordinatı 9 olan şekildeki parabolde m kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

E | B | D | B

köşetaşı

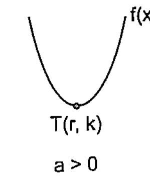
$f(x) = x^2 - 2x - 10$

fonksiyonunun alabileceği <u>en küçük</u> değeri ve f fonksiyonunun görüntü kümesini bulunuz.

açıklamalı çözüm

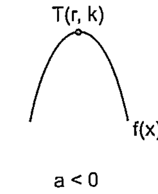
Fonksiyonun En Küçük veya En Büyük Değerini Bulma

2. dereceden bir fonksiyonun en küçük ve en büyük değerini bulmak için parabolün tepe noktasına bakılır. Bir fonksiyonun alabileceği en küçük değer veya en büyük değer tepe noktasının ordinatıdır.



a > 0

f(x) in minimum değeri f(r) = k
f nin görüntü kümesi = [k, ∞)



a < 0

f(x) in maksimum değeri f(r) = k
f nin görüntü kümesi = (–∞, k]

Bir fonksiyonunun görüntü kümesi, o fonksiyonun alabileceği değerlerdir. Fonksiyonun en küçük değeri k ise sonuçları k den büyük; en büyük değeri k ise sonuçları k den küçük olur.

Köşetaşının çözümü:

$f(x) = x^2 - 2x - 10$ fonksiyonunda a > 0 olduğundan f(x) in en küçük değeri için tepe noktası bulunur.

$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{-2}{2} = 1, \quad k = 1^2 - 2 \cdot 1 - 10 = -11$

f(x) in en küçük değeri –11 olduğundan görüntü kümesi [–11, ∞) olur.

1. $f(x) = x^2 + 6x - 1$

fonksiyonunun <u>en küçük</u> değeri kaçtır?

A) –10 B) –9 C) –8 D) –7 E) –6

2. $f(x) = -x^2 + 2x + 7$

fonksiyonunun <u>en büyük</u> değeri kaçtır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

3. $f(x) = x^2 - 4x + p$

fonksiyonunun <u>en küçük</u> değeri 10 olduğuna göre, p kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

karekök

4. $f(x) = -2x^2 + 4x - 9$

fonksiyonunun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–∞, –9] B) (–∞, –7] C) [–9, –7] D) [–9, ∞) E) [–7, ∞)

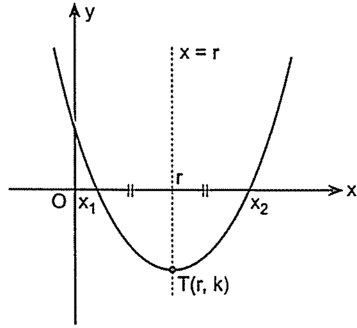
A | C | E | B

köşetaşı

$y = -x^2 + 4x - 2$

parabolünün simetri eksenini bulunuz.

açıklamalı çözüm



Simetri Ekseni

Paraboller tepe noktasından geçen ve x eksenine dik olan x = r doğrusuna göre simetriktir. Başka bir deyişle, tepe noktasının sağında kalan kısım ile solunda kalan kısım eştir.

Buna göre, r değeri parabolün x eksenini kesen x_1 ve x_2 değerlerine eşit uzaklıktadır.

Sonuç olarak, x = r doğrusu parabollerin simetri eksenidir.

Köşetaşının çözümü:

$$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{4}{-2} = 2$$

olduğundan simetri ekseni x = 2 doğrusudur.

1. $y = x^2 - 8x + 10$

parabolünün simetri ekseni aşağıdaki doğrulardan hangisidir?

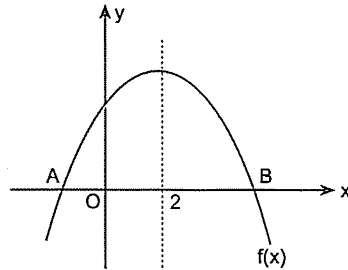
A) y = 10 B) y = 10 C) x = 8 D) x = 4 E) x = –4

2. $y = -mx^2 + (m - 4)x + 1$

parabolünün simetri ekseni x = 3 doğrusu olduğuna göre, m kaçtır?

A) $-\frac{6}{5}$ B) $-\frac{4}{5}$ C) $-\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{6}$

3.



Şekilde simetri ekseni verilen f(x) parabolü x eksenini A ve B noktalarında kesiyor.

A(–1, 0) olduğuna göre, B noktasının apsisi kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. y = f(x) parabolü x eksenini x = –11 ve x = 7 apsisli noktalarda kesmektedir.

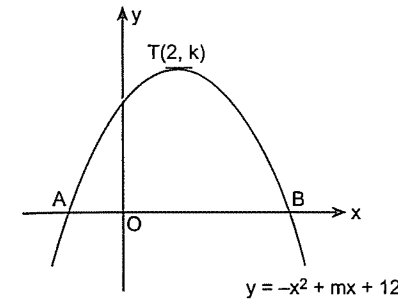
Buna göre, bu parabolün simetri ekseni aşağıdakilerden hangisidir?

A) x = –4 B) x = –2 C) x = –1 D) x = 2 E) x = 4

karekök

D B B B

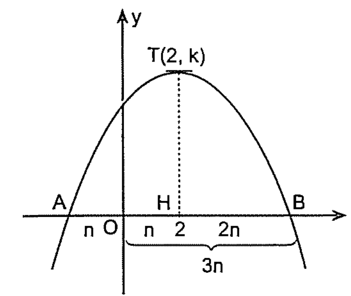
köşetaşı



Yanda tepe noktası verilen $y = -x^2 + mx + 12$ parabolü x eksenini A ve B noktalarında kesiyor.

|OB| = 3·|AO| olduğuna göre, m kaçtır?

açıklamalı çözüm



|OB| = 3n, |AO| = n olsun. Tepe noktasının apsisi A ve B nin orta noktası olduğundan |AH| = |BH| = 2n olur.

|AO| = n ⇒ |OH| = n = 2

Buna göre, A(–2, 0) ve B(6, 0) olur.

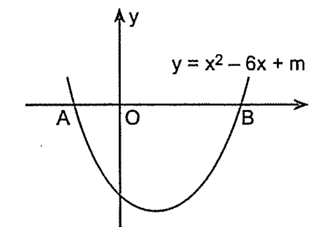
Bu noktalar parabol üzerinde olduğundan parabolü sağlar.

A(–2, 0) için,

$y = -x^2 + mx + 12 \Rightarrow 0 = -(-2)^2 + m(-2) + 12 \Rightarrow 0 = -4 - 2m + 12$

$m = 4$

1.

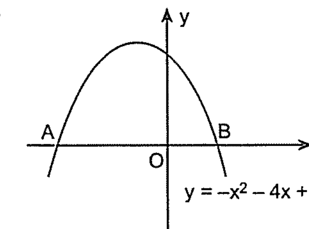


$y = x^2 - 6x + m$ parabolü x eksenini A ve B noktalarında kesmektedir.

|AB| = 8 br olduğuna göre, m kaçtır?

A) –8 B) –7 C) –6 D) –5 E) –4

2.

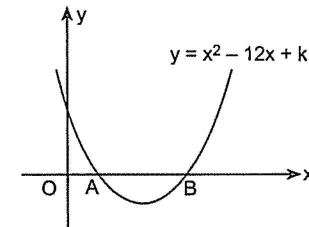


$y = -x^2 - 4x + n$ parabolü x eksenini A ve B noktalarında kesmektedir.

|AO| = 3·|OB| olduğuna göre, n kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

3.

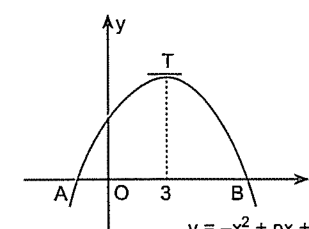


$y = x^2 - 12x + k$ parabolü x eksenini A ve B noktalarında kesmektedir.

|OB| = 5·|OA| olduğuna göre, k kaçtır?

A) 8 B) 10 C) 15 D) 20 E) 24

4.



Tepe noktası T olan şekildeki parabol x eksenini A ve B noktalarında kesiyor.

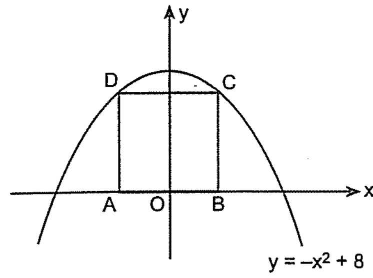
|OB| = 7·|OA| olduğuna göre, p·r kaçtır?

A) 30 B) 35 C) 36 D) 42 E) 48

karekök

B E D D

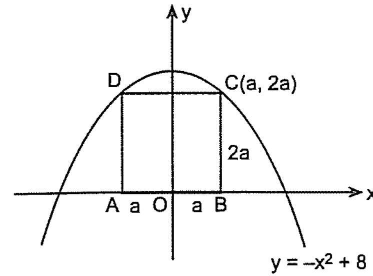
köşetaşı



Yanda verilen ABCD karesinin C ve D köşeleri $y = -x^2 + 8$ parabolünün üzerindedir.

Buna göre, A(ABCD) kaç br² dir?

açıklamalı çözüm



$y = -x^2 + 8$ parabolünün simetri ekseni y ekseni olduğundan $|AO| = |OB| = a$ olsun.

Karenin kenarları eşit uzunlukta olduğundan

$|AB| = |BC| = 2a$ olur.

Buna göre, C noktasının koordinatları C(a, 2a) olur.

C noktası parabol üzerinde olduğundan parabol denklemini sağlar.

$y = -x^2 + 8 \Rightarrow 2a = -a^2 + 8 \Rightarrow a^2 + 2a - 8 = 0 \Rightarrow (a + 4)(a - 2) = 0 \Rightarrow a = -4$ veya $a = 2$

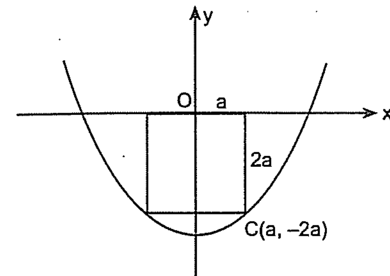
a +4
a –2

Kenar uzunluğu pozitif olacağından a = 2 olur.

$|AB| = 4$ br olduğundan $A(ABCD) = 4^2 = 16$ br² bulunur.

Kesişim noktası başka bir bölgede olursa, bu noktanın bulunduğu bölgeye göre x ve y nin işaretine dikkat etmeliyiz.

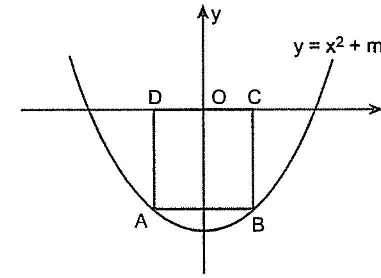
Örneğin; C noktası düzlemin dördüncü bölgesinde olsaydı apsisi pozitif, ordinatı negatif olup C(a, –2a) yazılırdı.



BÖLGELER

II. bölge x y (–, +)	I. bölge x y (+, +)
III. bölge x y (–, –)	IV. bölge x y (+, –)

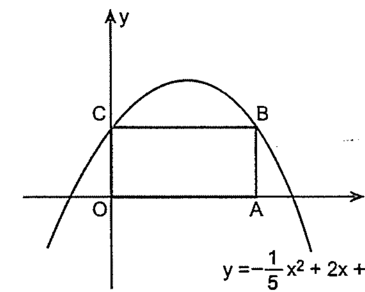
1.



Alanı 36 br² olan ABCD karesinin A ve B köşesi $y = x^2 + m$ parabolü üzerinde olduğuna göre, m kaçtır?

A) –15 B) –12 C) –10 D) –9 E) –8

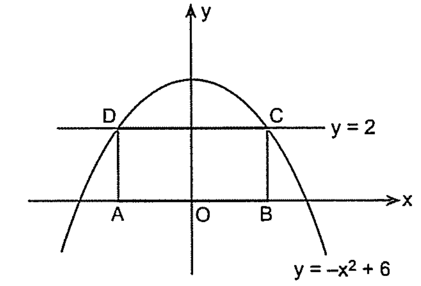
2.



Yukarıda verilen OABC dikdörtgeninin alanı kaç br² dir?

A) 20 B) 24 C) 30 D) 36 E) 40

3.

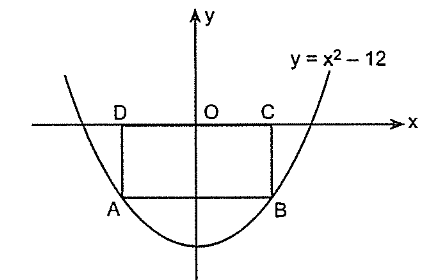


ABCD dikdörtgeninin [CD] kenarı y = 2 doğrusu üzerindedir.

Buna göre, A(ABCD) kaç br² dir?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

4.



ABCD dikdörtgen

$|AB| = 2 \cdot |BC|$

Yukarıda verilenlere göre, A(ABCD) kaç br² dir?

A) 18 B) 20 C) 24 D) 32 E) 35

A E A A

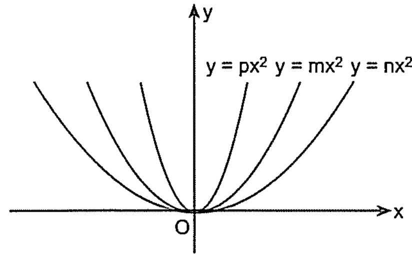
köşetaşı

$y = 2x^2$ ve $y = -3x^2$ parabollerini çiziniz.

açıklamalı çözüm

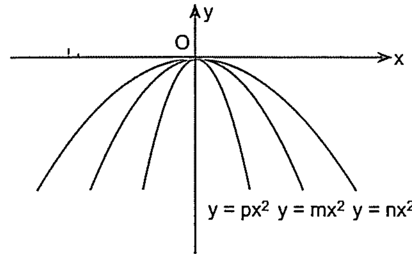
Tepe Noktası Orijinde Olan Paraboller

$y = ax^2$ biçiminde verilen paraboller tepe noktası orijinde olan parabollerdir.



Kolları yukarı olan parabollerde (a > 0) x^2 nin katsayısı arttıkça parabolün kolları y eksenine yaklaşır.

$p > m > n$

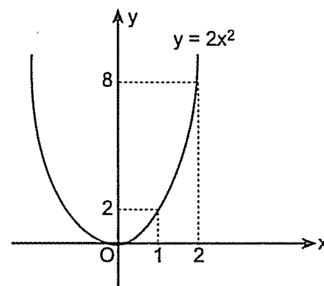


Kolları aşağı olan parabollerde (a < 0) x^2 nin katsayısı küçüldükçe parabolün kolları y eksenine yaklaşır.

$p < m < n$

Köşetaşının çözümü:

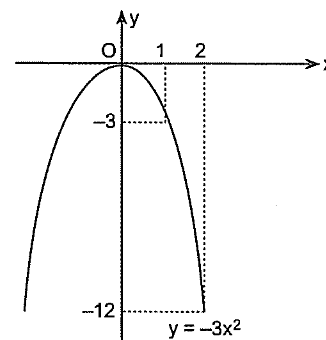
$y = 2x^2$ parabolünün tepe noktası orijindedir. x in farklı değerleri için y değerleri bulunur. Elde edilen noktalar birleştirilir.



$y = 2x^2$ için,

$x = 1 \Rightarrow y = 2 \cdot 1^2 = 2$

$x = 2 \Rightarrow y = 2 \cdot 2^2 = 8$

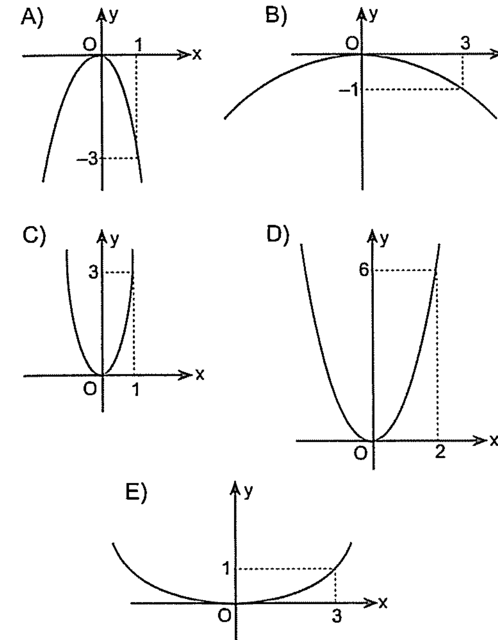


$y = -3x^2$ için,

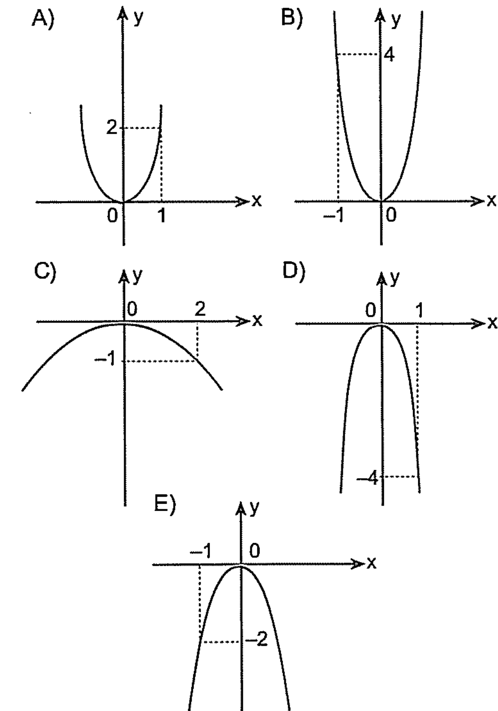
$x = 1 \Rightarrow y = -3 \cdot 1^2 = -3$

$x = 2 \Rightarrow y = -3 \cdot 2^2 = -12$

1. $y = 3x^2$ **parabolü aşağıdakilerden hangisidir?**

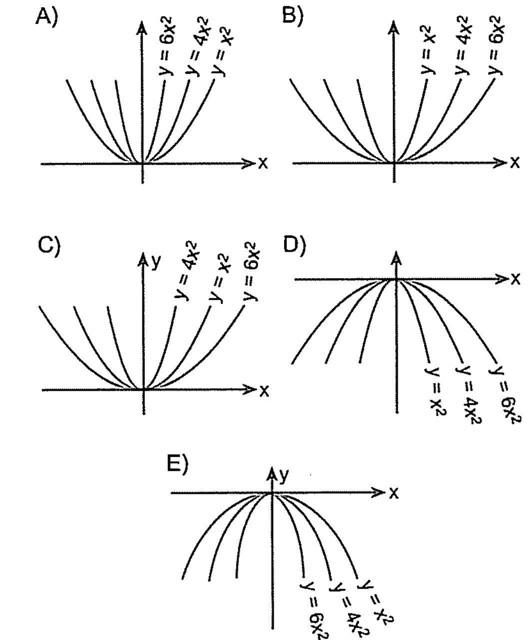


2. $y = -2x^2$ **parabolü aşağıdakilerden hangisidir?**



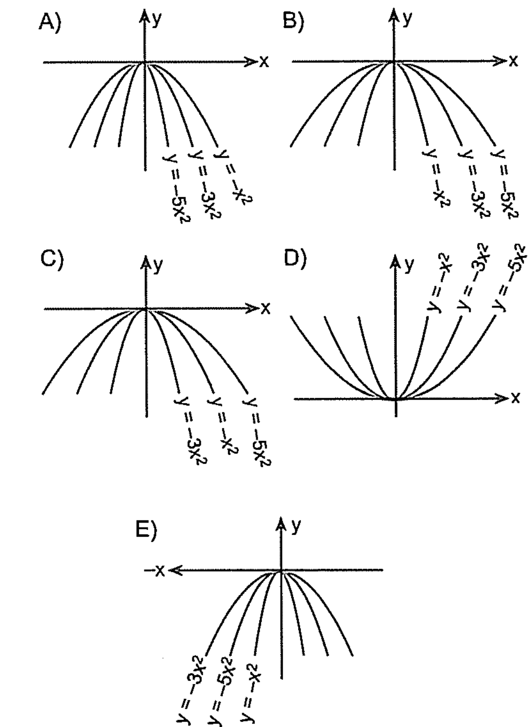
3. $y = x^2$, $y = 4x^2$, $y = 6x^2$

parabolleri aşağıdakilerden hangisi olabilir?



4. $y = -5x^2$, $y = -3x^2$, $y = -x^2$

parabolleri aşağıdakilerden hangisi olabilir?



karekök

C	E	A	A

köşetaşı

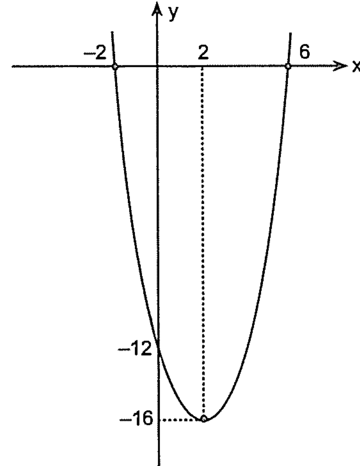
$y = x^2 - 4x - 12$

parabolünü çiziniz.

açıklamalı çözüm

x Eksenini Kesen Paraboller

Şimdi de x eksenini iki farklı noktada kesen parabolleri adım adım çizelim.



1. Öncelikle tepe noktası bulunur.

$$\left.\begin{array}{l} r = -\frac{-4}{2} = 2, \\ k = 2^2 - 4\cdot 2 - 12 = -16 \end{array}\right\} T(2, -16)$$

2. Daha sonra x eksenini kestiği noktaları bulalım.

$y = 0 \Rightarrow x^2 - 4x - 12 = 0 \Rightarrow (x-6)(x+2) = 0$

$x = 6, x = -2$

Parabol x eksenini (6, 0) ve (–2, 0) noktalarında kesiyor.

3. Son olarak y eksenini kestiği noktayı bulalım.

x = 0 için y = –12 olacağından y eksenini (0, –12) noktasında keser.

Bu noktaları yandaki gibi birleştirince parabol oluşacaktır.

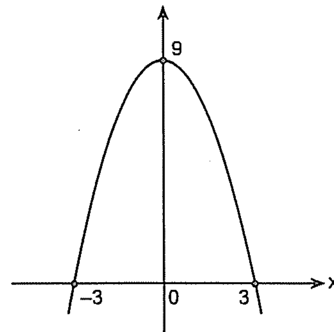
Başka bir soru:

$y = 9 - x^2$

parabolünü çiziniz.

1. Tepe noktasını bulalım.

$$\left.\begin{array}{l} r = -\frac{b}{2a} = 0 \\ k = 9 - 0^2 = 9 \end{array}\right\} T(0, 9)$$



2. x eksenini kestiği noktalar için,

$y = 0 \Rightarrow 9 - x^2 = 0$

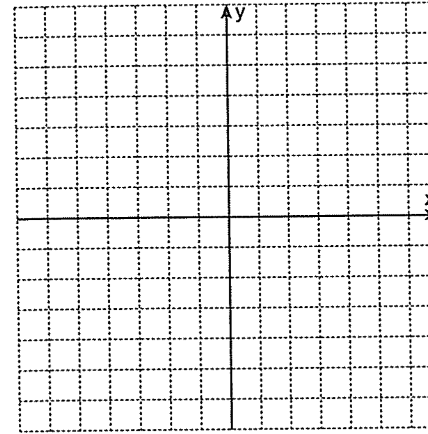
$(3-x)(3+x) = 0$

$x = 3$ ve $x = -3$

Tepe noktası y ekseni üzerinde olduğundan üçüncü adıma gerek kalmadı.

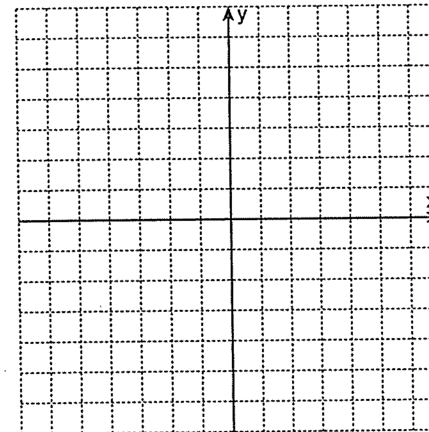
1. $y = x^2 - 2x - 3$

parabolünü çiziniz.



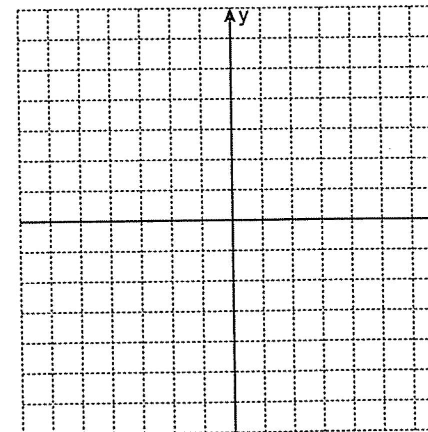
2. $y = x^2 + 4x$

parabolünü çiziniz.



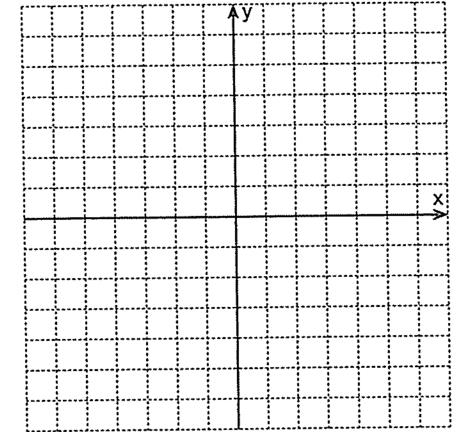
3. $y = x^2 - 4x + 4$

parabolünü çiziniz.



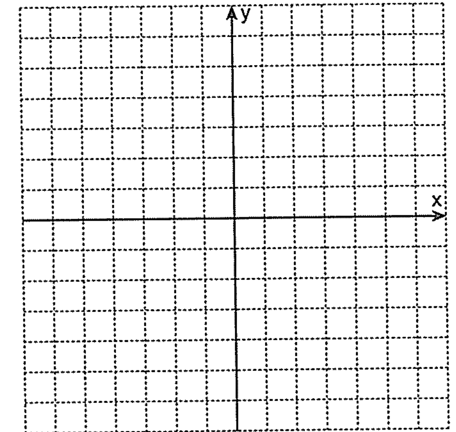
4. $y = x^2 - 1$

parabolünü çiziniz.



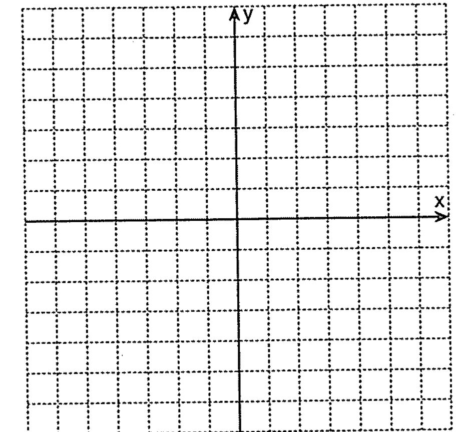
5. $y = -x^2 + 3x + 4$

parabolünü çiziniz.



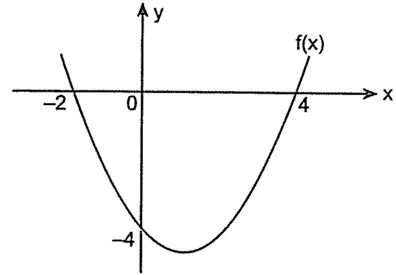
6. $y = -x^2 + 4$

parabolünü çiziniz.



Çözümler için sayfa 82 ye bakınız.

köşetaşı

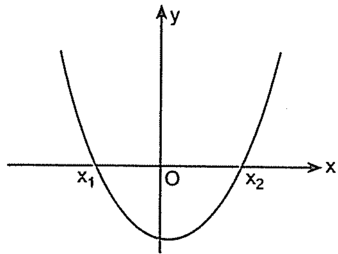


Yanda ikinci dereceden f(x) fonksiyonunun grafiği veriliyor.

Buna göre, f(6) kaçtır?

açıklamalı çözüm

x Eksenini Kestiği Noktaları Bilinen Parabol Denklemleri



x eksenini kestiği noktalar verilen parabolün denklemi

$f(x) = a\cdot(x - x_1)\cdot(x - x_2)$

biçiminde yazılır.

Aslında x eksenini kestiği noktaları bulmak için yaptığımız çarpanlara ayırmaya geri dönüyoruz. Örneğin;

$y = x^2 - x - 2 \Rightarrow y = (x-2)(x+1)$ parabolünün x eksenini kestiği noktalar 2 ve –1 dir. Biz bu noktaları bilip $y = (x-2)(x+1)$ i yazmaya çalışıyoruz.

a değerini bulmak için parabol üzerinde üçüncü bir nokta verilir. Bu noktayı parabol denkleminde sağlatarak a değerini buluruz.

Köşetaşının çözümü:

Parabol x eksenini –2 ve 4 apsisli noktada kesiyor.

Buna göre, $x_1 = -2$ ve $x_2 = 4$ olur.

$f(x) = a\cdot(x - x_1)\cdot(x - x_2)$ denkleminde

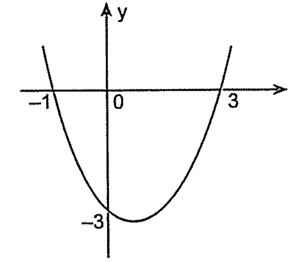
$f(x) = a\cdot(x-(-2))\cdot(x-4) \Rightarrow f(x) = a(x+2)(x-4)$ olur.

a değerini bulmak için parabol üzerinde (0, –4) noktası veriliyor. Bu nokta parabol denklemini sağlar. x yerine 0, f(x) yerine –4 yazılır.

$-4 = a\cdot(0+2)\cdot(0-4) \Rightarrow -4 = a\cdot 2\cdot(-4) \Rightarrow a = \frac{1}{2}$

$f(x) = \frac{1}{2}(x+2)(x-4)$ ise $f(6) = \frac{1}{2}\cdot(6+2)\cdot(6-4) = 8$ bulunur.

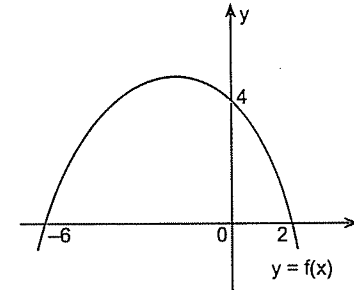
1.



Yukarıda grafiği verilen ikinci dereceden f(x) fonksiyonu aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = x^2 + x - 3$
B) $y = x^2 - x - 2$
C) $y = x^2 - 2x - 3$
D) $y = x^2 + 2x - 3$
E) $y = x^2 - 3x + 2$

2.

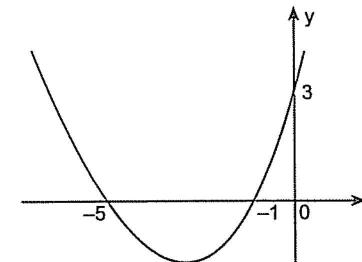


Yukarıda y = f(x) parabolü veriliyor.

Buna göre, f(1) kaçtır?

A) 2 B) $\frac{7}{3}$ C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{8}{3}$ E) 3

3.

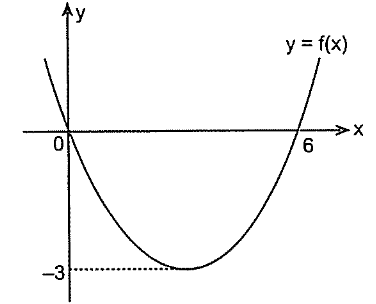


Yukarıda $y = ax^2 + bx + c$ parabolü veriliyor.

Buna göre, a + b + c kaçtır?

A) $\frac{28}{5}$ B) $\frac{32}{5}$ C) $\frac{36}{5}$ D) $\frac{38}{5}$ E) $\frac{41}{5}$

4.

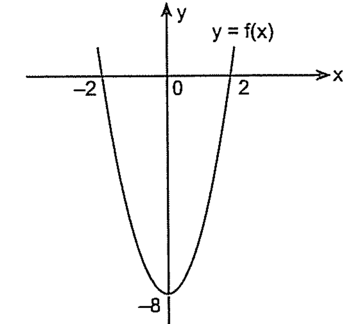


Yukarıda tepe noktasının ordinatı –3 olan f(x) parabolü veriliyor.

Buna göre, f(–3) kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 9 D) 10 E) 12

5.

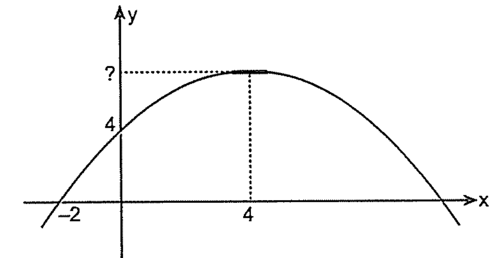


Yukarıda y = f(x) parabolü veriliyor.

Buna göre, f(1) kaçtır?

A) –7 B) –6 C) –5 D) –4 E) –3

6.



Yukarıda verilen parabolün tepe noktasının ordinatı kaçtır?

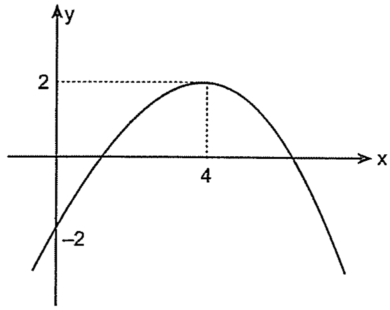
A) 5 B) $\frac{36}{5}$ C) $\frac{40}{7}$ D) $\frac{38}{5}$ E) $\frac{43}{7}$

karekök

C	B	C	C	B	B

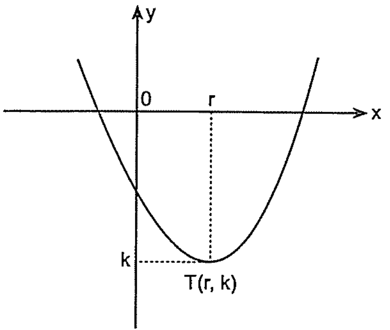
3.17

köşetaşı



Yanda verilen tepe noktası (4, 2) olan parabolün denklemini bulunuz.

açıklamalı çözüm



Tepe noktası verilen parabolün denklemi

$f(x) = a \cdot (x - r)^2 + k$

biçiminde bulunur.

Bir önceki köşetaşında olduğu gibi a değeri parabol üzerinde verilen ikinci bir noktanın parabol denkleminde sağlatılmasıyla bulunur.

Köşetaşının çözümü:

Verilen parabolün tepe noktası (4, 2) dir.

Buna göre, $y = a \cdot (x - 4)^2 + 2$ olur.

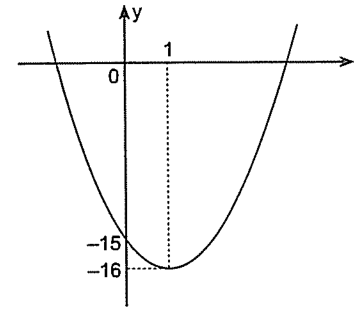
Parabolün üzerinde verilen (0, –2) noktası parabol denkleminde x ve y yerine yazılır.

$-2 = a \cdot (0 - 4)^2 + 2 \Rightarrow -2 = 16a + 2 \Rightarrow a = -\frac{1}{4}$ olur.

Buna göre, parabolün denklemi,

$y = -\frac{1}{4}(x - 4)^2 + 2 = -\frac{1}{4}(x^2 - 8x + 16) + 2 = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 4 + 2 = -\frac{1}{4}x^2 + 2x - 2$ olur.

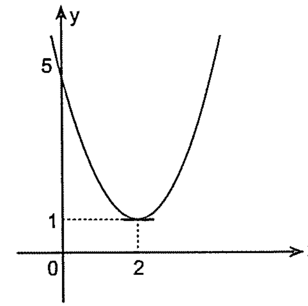
1.



Tepe noktası T(1, –16) olan ve y eksenini (0, –15) noktasında kesen yukarıdaki parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = x^2 - x - 16$
B) $y = x^2 - 2x - 16$
C) $y = x^2 - 2x - 15$
D) $y = x^2 + 2x - 15$
E) $y = x^2 - x - 15$

2.

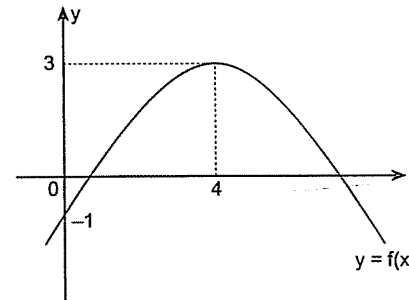


Yukarıda y = f(x) parabolü veriliyor.

Buna göre, f(3) kaçtır?

A) $\frac{4}{3}$ B) 2 C) $\frac{7}{3}$ D) $\frac{5}{2}$ E) 3

3.

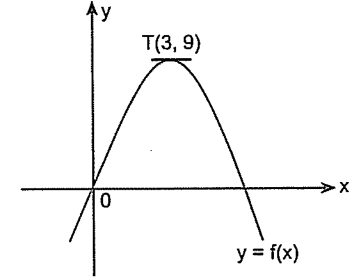


Yukarıda y = f(x) parabolü veriliyor.

Buna göre, f(6) kaçtır?

A) $\frac{4}{3}$ B) $\frac{3}{2}$ C) 2 D) $\frac{5}{2}$ E) 3

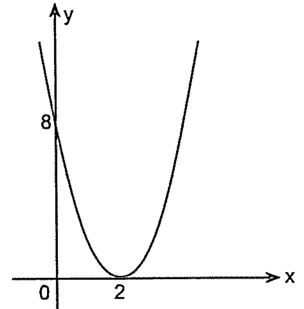
4.



Yukarıda verilen y = f(x) parabolünün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = -3x^2 + 2$
B) $y = -2x^2 + 9$
C) $y = -2x^2 + 3x$
D) $y = -x^2 + 3x$
E) $y = -x^2 + 6x$

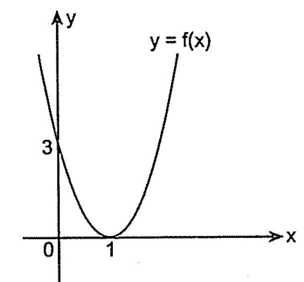
5.



Yukarıda verilen parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = 2x^2 - 8x + 8$
B) $y = x^2 - 4x + 8$
C) $y = x^2 - 4x + 4$
D) $y = 2x^2 - 4x + 4$
E) $y = x^2 + 4x + 8$

6.



Yukarıda y = f(x) parabolü veriliyor.

Buna göre, (fof)(0) kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

karekök

C	B	C	E	A	E

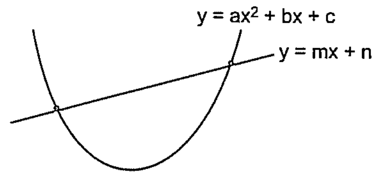
köşetaşı

$y = x^2 + 3x - 12$

parabolü ile y = x + 3 doğrusunun kesişim noktalarını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Doğru ile Parabolün Kesişim Noktaları



Bir parabol ile bir doğrunun kesişim noktaları bulunurken iki denklemde y yalnız bırakılıp birbirine eşitlenir.

Elde edilen ikinci derece denklemlerin kökleri kesişim noktalarının apsisleridir. Apsisleri parabol veya doğru denkleminde yazarak ordinatları buluruz.

Köşetaşının çözümü:

$y = x^2 + 3x - 12$ parabolü ile $y = x + 3$ doğrusunun kesişim noktaları için y ler birbirine eşitlenir.

$x^2 + 3x - 12 = x + 3 \Rightarrow x^2 + 2x - 15 = 0 \Rightarrow (x+5)(x-3) = 0 \Rightarrow x_1 = -5$ ve $x_2 = 3$

x +5
x −3

$x_1 = -5$ için $y = x_1 + 3 \Rightarrow y_1 = -5 + 3 = -2$

$x_2 = 3$ için $y = x_2 + 3 \Rightarrow y_2 = 3 + 3 = 6$

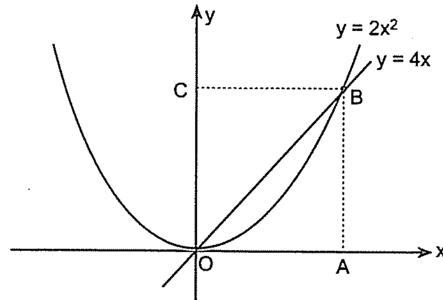
Kesişim noktaları (−5, −2) ve (3, 6) olur.

1. $f(x) = x^2 + 6x + 1$

parabolü ile y = 4x + 9 doğrusunun kesişim noktalarından birinin ordinatı kaçtır?

A) −7 B) −2 C) 1 D) 9 E) 10

2.



$y = 2x^2$ parabolü ile $y = 4x$ doğrusu O ve B noktalarında kesişiyor.

Buna göre, OABC dikdörtgeninin alanı kaç br² dir?

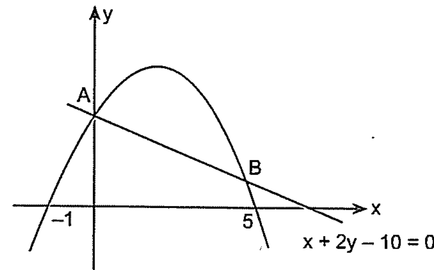
A) 8 B) 12 C) 16 D) 24 E) 36

3. $y = 2x^2 + x$ parabolü ile $y - 2x = 0$ doğrusunun kesişim noktaları A ve B dir.

Buna göre, A ve B nin apsisleri toplamı kaçtır?

A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

4.



Şekildeki parabol ile $x + 2y - 10 = 0$ doğrusu A ve B noktalarında kesişiyor.

Buna göre, B noktasının apsisi kaçtır?
(Önce A noktasını ve parabolün denklemini bulabiliriz.)

A) 3 B) $\frac{7}{2}$ C) $\frac{10}{3}$ D) 4 E) $\frac{9}{2}$

karekök

A C A E

köşetaşı

$y = x^2 + 4x + 6$ parabolü ile $y = -x + m$ doğruları iki farklı noktada kesişiyor.

Buna göre, m nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

açıklamalı çözüm

Parabol ile Doğrunun Durumları

Parabol ile doğrunun iki noktada kesişmesi, tek noktada kesişmesi (birbirine teğet olması) veya kesişmemesi durumlarında iki denklem birbirine eşitlenir. Elde edilen ikinci dereceden denklemde,

- $\Delta > 0$ ise parabol ile doğru iki noktada kesişir.
- $\Delta = 0$ ise parabol ile doğru bir noktada kesişir. (Parabol doğruya teğettir.)
- $\Delta < 0$ ise parabol ile doğru kesişmez.

Bu yaptığımız aslında ikinci dereceden denklemin kökünün olup olmadığını kontrol etmektir.

Köşetaşının çözümü:

Öncelikle y leri birbirine eşitleriz.

$x^2 + 4x + 6 = -x + m \Rightarrow x^2 + 5m + 6 - m = 0$

Parabol ile doğru iki noktada kesiştiğine göre $\Delta > 0$ olmalıdır.

$b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow 5^2 - 4 \cdot 1 \cdot (6 - m) > 0 \Rightarrow 25 - 24 + 4m > 0$

$4m > -1$

$m > -\frac{1}{4}$

Buna göre, m nin en küçük tam sayı değeri sıfır olur.

1. $y = x^2 + 4x + 5$ parabolü $y = 2x + m$ doğrusuna teğettir.

Buna göre, m kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. $y = 2mx^2 - x + 1$ parabolü ile $y = 3x - 1$ doğrusu kesişmediğine göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $m > 1$ B) $m > 2$ C) $m < -\frac{1}{2}$ D) $m < -2$ E) $m < \frac{1}{2}$

3. $y = -x^2 + 3x + m - 1$ parabolü ile $y = -x + 2m$ doğrusu iki farklı noktada kesiştiklerine göre, m nin en büyük tam sayı değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $y = -x^2 - 2x + p$ parabolünün $y - 4x + 4 = 0$ doğrusuna teğet olduğu noktanın apsisi kaçtır?

A) −3 B) −2 C) 2 D) 3 E) 4

karekök

D A B A

köşetaşı

f(x) = x^2 + 7x – 1 parabolü ile g(x) = x^2 – 2x + 8 parabolünün kesişim noktasını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Parabollerin Kesişim Noktaları

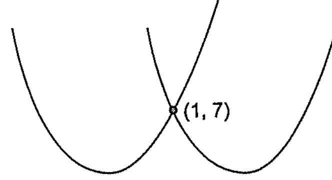
Doğru ile parabolün kesişme sorularında olduğu gibi bu soruda da fonksiyonları birbirine eşitleriz.

$x^2 + 7x - 1 = x^2 - 2x + 8 \Rightarrow 9x = 9 \Rightarrow x = 1$

Kesişme noktasının apsisi olan 1 i fonksiyonlardan birinde x yerine yazarak ordinatı buluruz.

$f(1) = 1^2 + 7 \cdot 1 - 1 = 7$

Buna göre, kesişim noktası (1, 7) bulunur.



1. **y = x^2 + 3x – 4 parabolü ile y = x^2 + 2x – 2 parabolünün kesişim noktaları aşağıdakilerden hangisidir?**

A) (1, 0) B) (1, 1) C) (–2, –6) D) (2, 6) E) (2, –2)

2. **f(x) = x^2 – 2x ve g(x) = x^2 + 6 parabollerinin kesişim noktasının ordinatı kaçtır?**

A) –6 B) –3 C) 6 D) 12 E) 15

3.

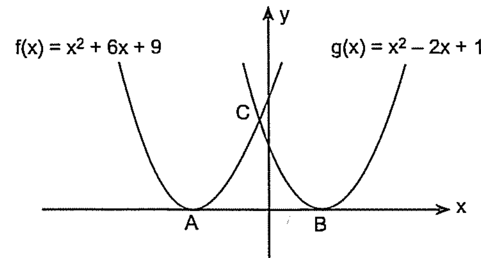
$y = -x^2 + x - 3$

$y = x^2 - 2x - 5$

parabollerinin kesişim noktalarının apsisleri arasındaki uzaklık kaç birimdir?

A) $\frac{3}{2}$ B) 2 C) $\frac{5}{2}$ D) $\frac{8}{3}$ E) 3

4.



C noktasında kesişen f(x) ve g(x) parabolleri x eksenine A ve B noktalarında teğettir.

Buna göre, A, B ve C noktalarını köşe kabul eden üçgenin alanı kaç br^2 dir?

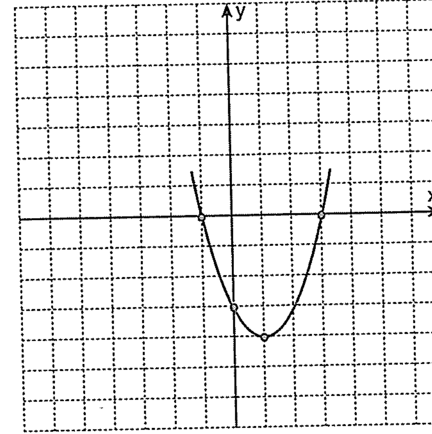
A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

karekök

D E C C

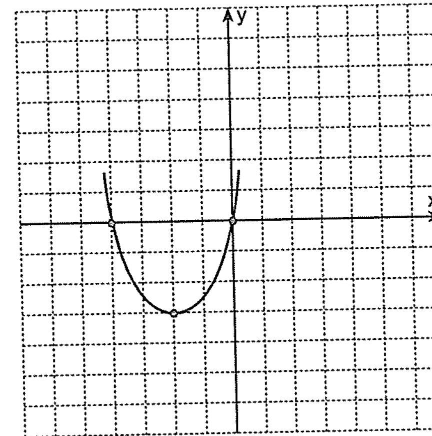
1. y = x^2 – 2x – 3

parabolünü çiziniz.



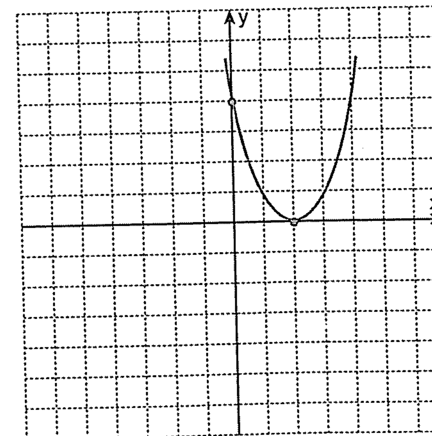
2. y = x^2 + 4x

parabolünü çiziniz.



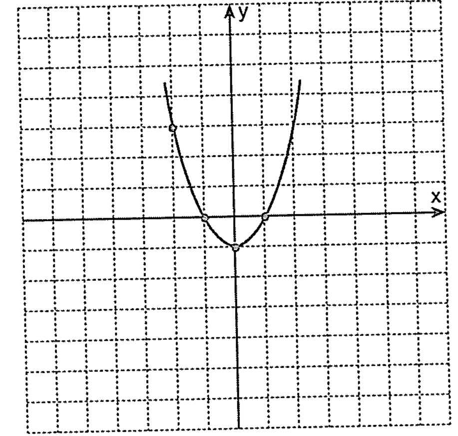
3. y = x^2 – 4x + 4

parabolünü çiziniz.



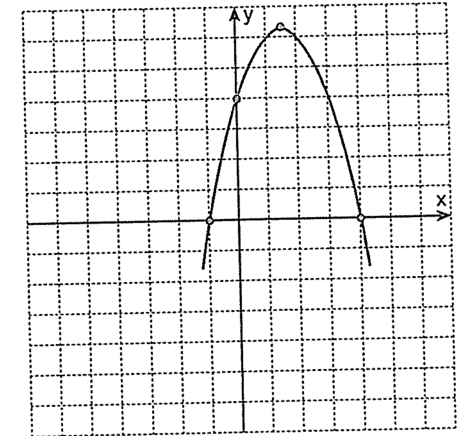
4. y = x^2 – 1

parabolünü çiziniz.



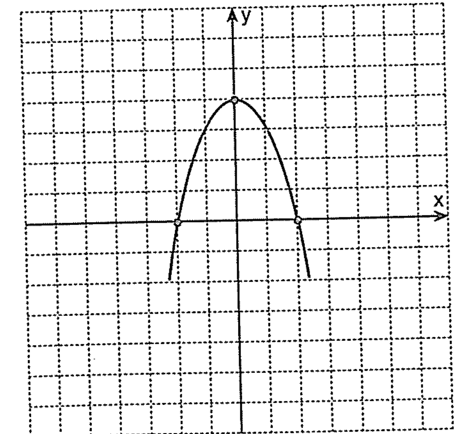
5. y = $-x^2$ + 3x + 4

parabolünü çiziniz.



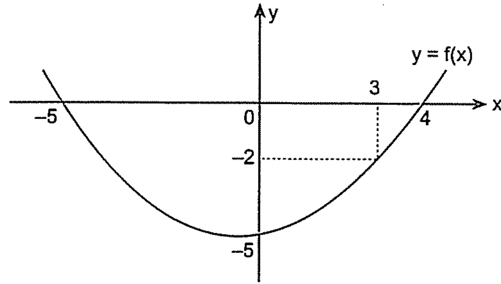
6. y = $-x^2$ + 4

parabolünü çiziniz.



karekök

1.



Yukarıda y = f(x) parabolü veriliyor.

Buna göre, $\frac{f(-5)+f(0)}{f(4)+f(3)}$ oranı kaçtır?

A) $-\frac{1}{2}$ B) $-\frac{2}{5}$ C) $\frac{4}{5}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

2. $f(x) = (a+1)x^4 + (b+3)x^3 + x^2 - a \cdot b$

fonksiyonunun grafiği bir parabol belirttiğine göre, a + b kaçtır?

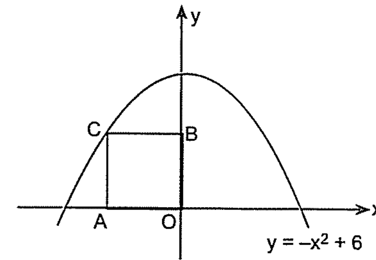
A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

3. $f(x) = x^2 - (a+2)x - 3a - 1$

parabolü A(–1, 6) noktasından geçtiğine göre, f(2) kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

4.



AOBC karesinin C köşesi $y = -x^2 + 6$ parabolü üzerindedir.

Buna göre, karenin çevresi kaç birimdir?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

5. $y = x^2 - 6x - 16$

parabolünün x eksenini kestiği noktaların apsisleri a ve b dir.

Buna göre, |a – b| kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

6. $y = (m-1)x^2 - 3x + 1$

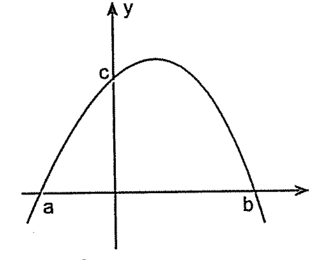
parabolü x eksenini iki farklı noktada kesmektedir.

Buna göre, m nin doğal sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

(Bunun bir parabol olduğunu unutma.)

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

7.



Yukarıda $y = -x^2 + x + 12$ parabolü veriliyor.

Buna göre, b – a + c kaçtır?

A) 16 B) 17 C) 18 D) 19 E) 20

8. $y = -kx^2 + (3-k)x + 4$

parabolünün tepe noktasının apsisi –4 olduğuna göre, k kaçtır?

A) $-\frac{5}{6}$ B) $-\frac{5}{9}$ C) $-\frac{3}{7}$ D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{5}$

9. $y = -x^2 + 4x - 2$

parabolünün tepe noktasının ordinatı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. $f(x) = x^2 - 6x + 1$

$g(x) = -x^2 + 2x + 5$

olduğuna göre, f(x) in <u>en küçük</u> değeri ile g(x) in <u>en büyük</u> değerinin toplamı kaçtır?

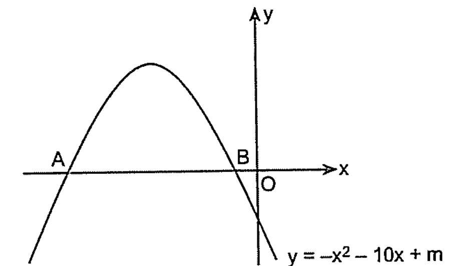
A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

11. $y = x^2 - (1-4k)x + 2$

parabolünün simetri ekseni x + 2 = 0 doğrusu olduğuna göre, k kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{2}{3}$ C) 1 D) $\frac{5}{4}$ E) $\frac{3}{2}$

12.

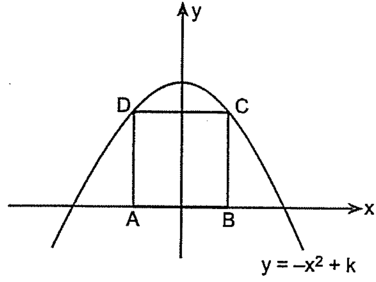


$y = -x^2 - 10x + m$ parabolü x eksenini A ve B noktalarında kesiyor.

|AO| = 9·|OB| olduğuna göre, m kaçtır?

A) –9 B) –6 C) –5 D) –3 E) –1

13.

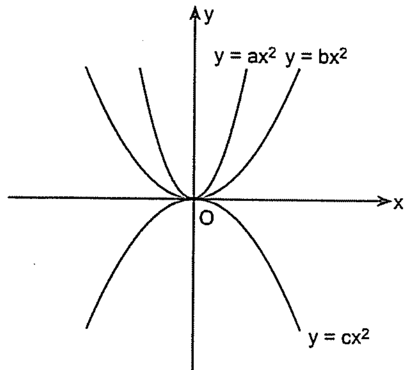


ABCD karesinin C ve D köşeleri $y = -x^2 + k$ parabolü üzerindedir.

A(ABCD) = 64 br² olduğuna görde, k kaçtır?

A) 16 B) 18 C) 20 D) 24 E) 32

14.



Yukarıda $y = ax^2$, $y = bx^2$ ve $y = cx^2$ parabolleri gösterilmiştir.

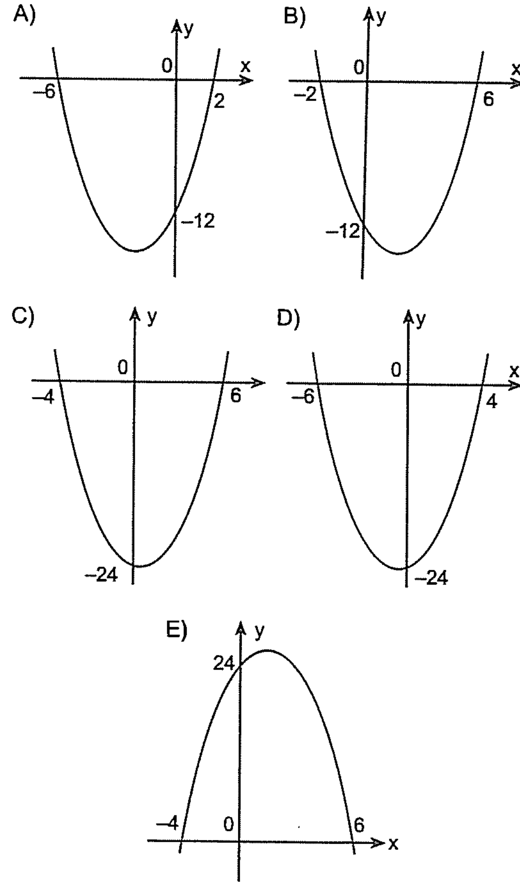
Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) c < b < a B) c < a < b C) a < b < c

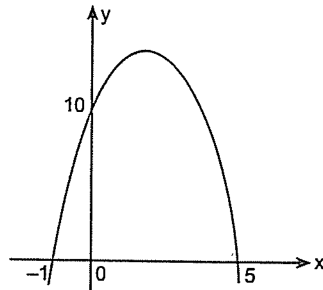
D) a < c < b E) b < a < c

15. $y = x^2 - 2x - 24$

parabolü aşağıdakilerden hangisinde doğru çizilmiştir?



16.



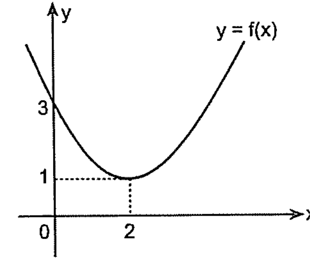
Yukarıda verilen parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = -x^2 + 4x + 10$ B) $y = -x^2 + 5x + 10$

C) $y = -2x^2 + 8x + 10$ D) $y = -2x^2 + 5x + 8$

E) $y = -x^2 + 4x + 8$

17.



Tepe noktası (2, 1) olan ve y eksenini (0, 3) noktasında kesen y = f(x) parabolünün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 + 2$ B) $y = \frac{1}{2}(x-2)^2 + 1$

C) $y = \frac{1}{4}(x-1)^2 + 2$ D) $y = 2(x-2)^2 + 1$

E) $y = (x-1)^2 + 2$

18. **$f(x) = -x^2 + 4x + 1$ parabolü ile $y = x - 3$ doğrusunun kesişim noktalarından birinin ordinatı kaçtır?**

A) –5 B) –3 C) –1 D) 1 E) 2

19. **$y = mx^2 - x + 4$ parabolü ile $y = 6 - 2x$ doğrusu birbirine teğet olduğuna göre, m kaçtır?**

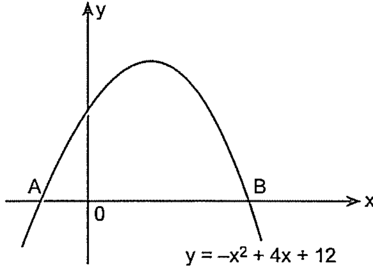
A) $-\frac{1}{8}$ B) $-\frac{1}{6}$ C) $-\frac{2}{5}$ D) $-\frac{3}{4}$ E) $-\frac{6}{5}$

20. **$f(x) = x^2 + 4x + 7$ parabolü ile $g(x) = x^2 - 3x$ parabolünün kesişim noktasının apsisi kaçtır?**

A) –2 B) –1 C) 0 D) 1 E) 2

1 E 2 B 3 C 4 C 5 D 6 A 7 D 8 C 9 A 10 B 11 D 12 A 13 D 14 A 15 C 16 C 17 B 18 D 19 A 20 B

1.



$y = -x^2 + 4x + 12$ parabolü x eksenini A ve B noktalarında kesiyor.

Buna göre, B noktasının apsisi kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. $f(x) = 4x^{\frac{n-2}{n+1}} - x + 5$

fonksiyonunun grafiği bir parabol belirttiğine göre, n kaçtır?

A) –4 B) –3 C) –2 D) 2 E) 3

3. $y = x^2 + nx + 6$

parabolünün tepe noktasının (–1, m) olduğuna göre, m + n kaçtır?

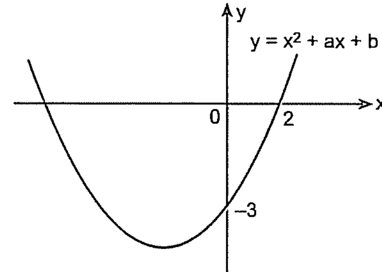
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

4. $y = x^2 - 4px + 1 - 3p$

parabolünün y eksenini kestiği noktanın ordinatı –5 olduğuna göre, p kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

5.



Yukarıda verilen $y = x^2 + ax + b$ parabolünde a + b kaçtır?

A) $-\frac{7}{2}$ B) $-\frac{8}{3}$ C) –2 D) $-\frac{5}{3}$ E) $-\frac{2}{3}$

6. $f(x) = 2x^2 - 8x + 3$

fonksiyonu veriliyor.

Buna göre, f(x) in <u>en küçük</u> değeri kaçtır?

A) –8 B) –6 C) –5 D) –4 E) –2

7. $y = 2x^2 - nx + 5$

parabolü x eksenine teğettir.

Buna göre, n nin pozitif değeri kaçtır?

A) 6 B) $2\sqrt{10}$ C) $3\sqrt{5}$ D) $4\sqrt{3}$ E) 8

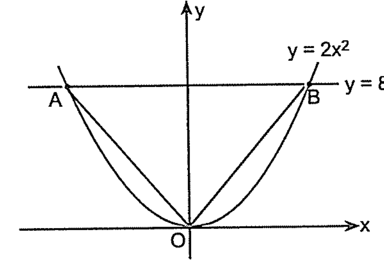
8. $y = -x^2 + (2k - 3)x - k$

parabolünün tepe noktası x = –4 doğrusu üzerindedir.

Buna göre, k kaçtır?

A) $-\frac{5}{2}$ B) –2 C) $-\frac{5}{3}$ D) $-\frac{3}{2}$ E) –1

9.

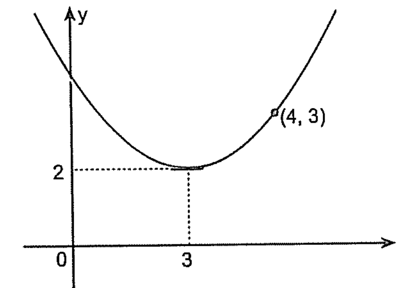


$y = 2x^2$ parabolü ile y = 8 doğrusu A ve B noktalarında kesişiyor.

Buna göre, AOB üçgeninin alanı kaç br^2 dir?

A) 12 B) 16 C) 20 D) 24 E) 32

10.



Tepe noktası (3, 2) olan parabol (4, 3) noktasından geçiyor.

Buna göre, parabolün y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

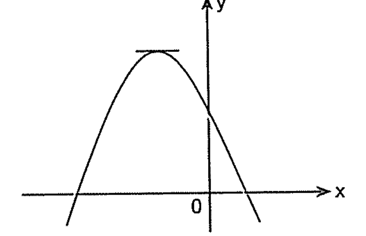
A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

11. $y = x^2 - 12$

parabolü üzerinde bulunan ve apsisi ordinatına eşit olan noktanın apsisi aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) –4 B) –3 C) –2 D) 3 E) 6

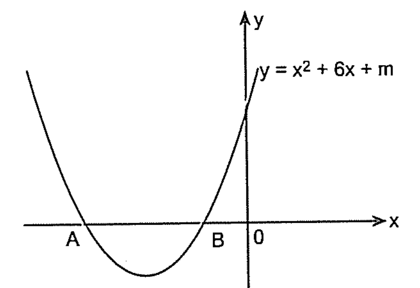
12.



$y = ax^2 + bx + c$ parabolü ile ilgili aşağıdakilerden hangisi <u>yanlıştır</u>?

A) $b^2 - 4ac > 0$ B) c > 0 C) a·c < 0 D) b > 0 E) a + b < 0

13.



$y = x^2 + 6x + m$ parabolü x eksenini A ve B noktalarında kesmektedir.

|AB| = 4 br olduğuna göre, m kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

14. **$y = x^2 - x - 5$ parabolü ile y = x + 3 doğrusunun kesişim noktalarının ordinatları toplamı kaçtır?**

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

1 D 2 A 3 C 4 D 5 A 6 C 7 B 8 A 9 B 10 E 11 B 12 D 13 D 14 E

1. Parabolün x eksenini kestiği noktalar için y = 0 olur.

$-x^2 + 4x + 12 = 0 \Rightarrow (x-6)\cdot(-x-2) = 0$

x −6 x = 6 x = −2

−x −2

Buna göre, B nin apsisi 6 olur.

Yanıt D

2. Fonksiyonun parabol belirtmesi için ikinci dereceden olması gerekir.

$\frac{n-2}{n+1} = 2 \Rightarrow n-2 = 2n+2 \Rightarrow n = -4$

Yanıt A

3. Tepe noktasının apsisi −1 ise,

$-1 = -\frac{b}{2a} \Rightarrow \frac{n}{2} = 1 \Rightarrow n = 2$

−1 i denklemde x yerine yazarak m yi buluruz.

$y = x^2 + 2x + 6 \Rightarrow m = (-1)^2 + 2\cdot(-1) + 6$

$m = 5$

Buna göre, m + n = 5 + 2 = 7 olur.

Yanıt C

4. Parabolün y eksenini kestiği nokta sabit terimidir.

$1 - 3p = -5 \Rightarrow 3p = 6 \Rightarrow p = 2$

Yanıt D

5. $y = x^2 + ax + b$ parabolünün y eksenini kestiği noktanın ordinatı −3 olduğundan b = −3 dür.

Parabol x eksenini (2, 0) noktasında kestiğinden,

$0 = 2^2 + a\cdot 2 - 3 \Rightarrow 2a = -1 \Rightarrow a = -\frac{1}{2}$ olur.

Buna göre, $a + b = \left(-\frac{1}{2}\right) + (-3) = -\frac{7}{2}$ bulunur.

Yanıt A

6. f(x) in en küçük değeri tepe noktasının ordinatıdır.

$r = -\frac{b}{2a} = -\frac{-8}{4} = 2$

$k = 2\cdot 2^2 - 8\cdot 2 + 3 = 8 - 16 + 3 = -5$ bulunur.

Yanıt C

7. Parabol x eksenine teğet ise Δ = 0 olur.

$(-n)^2 - 4\cdot 2\cdot 5 = 0 \Rightarrow n^2 - 40 = 0$

$n^2 = 40$

n nin pozitif değeri $2\sqrt{10}$ olur.

Yanıt B

8. Tepe noktası x = −4 üzerinde ise r = −4 tür.

$r = -\frac{b}{2a} \Rightarrow -4 = -\frac{2k-3}{-2}$

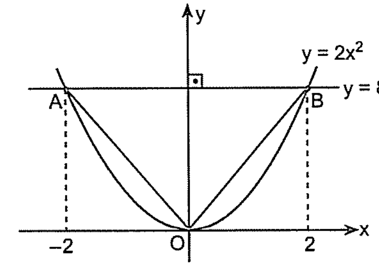
$8 = -2k + 3$

$2k = -5$

$k = -\frac{5}{2}$

Yanıt A

9.



y = 8 ve $y = 2x^2$ nin kesişim noktalarını bulmak için birbirine eşitleriz.

$2x^2 = 8 \Rightarrow x = 2$ veya $x = -2$

Buna göre, |AB| = 4 br olur. Üçgenin yüksekliği 8 br olduğundan $A(AOB) = \frac{4\cdot 8}{2} = 16$ br² bulunur.

Yanıt B

10. Tepe noktası bilinen parabol denkleminden

$y = a(x-3)^2 + 2$ olur.

(4, 3) noktasını denklemde sağlatırsak,

$3 = a\cdot(4-3)^2 + 2 \Rightarrow a = 1$ bulunur.

Buna göre, $y = (x-3)^2 + 2 = x^2 - 6x + 11$ olur.

Parabol y eksenini (0, 11) noktasında keser.

Yanıt E

11. Aradığımız noktanın apsisi ordinatına eşit ise denklemde y yerine de x yazarız.

$x = x^2 - 12 \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0$

x −4

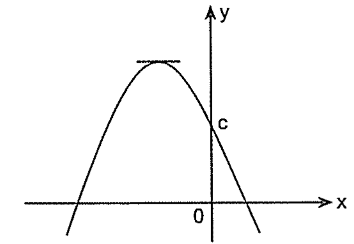
x +3

$(x-4)\cdot(x+3) = 0$

x = 4 x = −3

Yanıt B

12.



Parabolün kolları aşağı doğru olduğundan a < 0 olur.

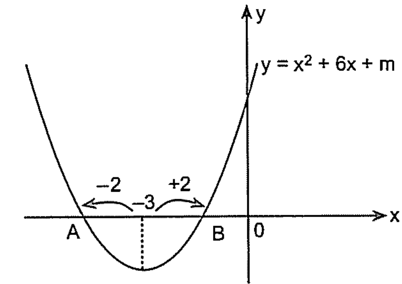
y eksenini pozitif tarafta kestiğinden c > 0 olur.

Tepe noktasının apsisi negatiftir.

$r = -\frac{b}{2a}$ denkleminde r nin negatif olması için b negatif olmalıdır.

Yanıt D

13.



Tepe noktasının apsisi $-\frac{6}{2} = -3$ olur.

|AB| = 4 br ise A nın apsisi −5, B nin apsisi −1 olur.

B yi denklemde sağlatırsak 0 = 1 − 6 + m

m = 5 bulunur.

Yanıt D

14. $x^2 - x - 5 = x + 3$

$x^2 - 2x - 8 = 0$

$(x-4)\cdot(x+2) = 0$

x = 4 x = −2

x = −2 için y = x + 3 = −2 + 3 = 1

x = 4 için y = x + 3 = 4 + 3 = 7

Ordinatlar toplamı 8 bulunur.

Yanıt E

1. $f(x) = -x^2 + (m + 2)x - 4$

fonksiyonu en büyük değerini x = –1 için aldığına göre, m kaçtır?

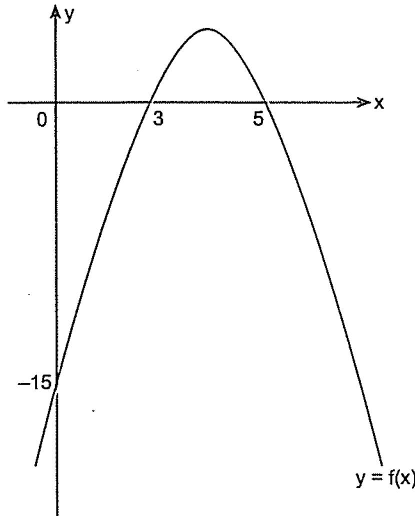
A) –4 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

2. $f(x) = -nx^2 - 2nx + 3n - 1$

parabolünün tepe noktasının ordinatı 7 olduğuna göre, n kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

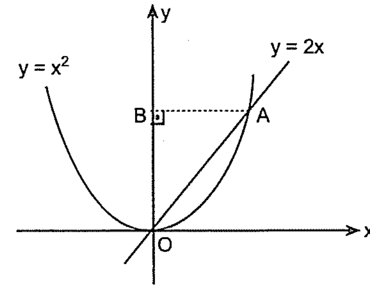
3.



Yukarıda grafiği verilen y = f(x) ikinci dereceden fonksiyonunun en büyük değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4.



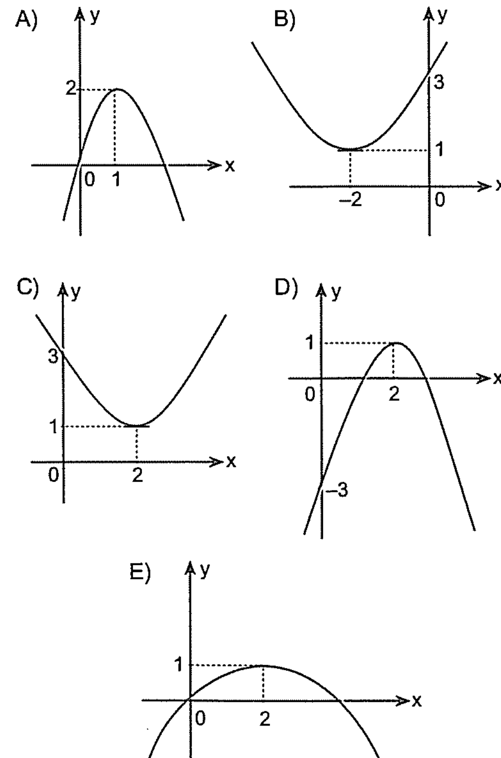
y = 2x doğrusu ile $y = x^2$ parabolü A noktasında kesişiyor.

Buna göre, OAB üçgeninin alanı kaç br² dir?

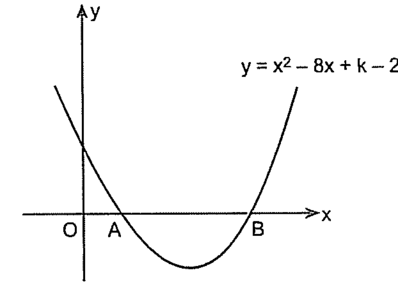
A) 2 B) 3 C) 4 D) 6 E) 8

5. $y = -(x - 2)^2 + 1$

parabolü aşağıdakilerden hangisidir?



6.



Yukarıdaki parabol x eksenini A ve B noktalarında kesiyor.

|AB| = 2·|OA| olduğuna göre, k kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 12 E) 14

7. $f(x) = x^2 + 6x - 1$

fonksiyonunun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–∞, 3] B) (–∞, 12] C) [–10, ∞) D) (–∞, –10] E) [12, ∞)

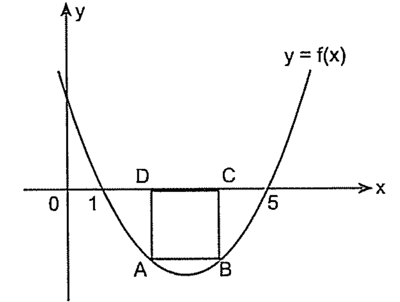
8. $y = 2x^2 - (m - 1)x + 8$

parabolü x eksenini iki farklı noktada kesmektedir.

Buna göre, m nin <u>en küçük</u> doğal sayı değeri kaçtır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

9.



A ve B köşeleri y = f(x) parabolünün üzerinde olan ABCD karesinin alanı 4 br² dir.

Buna göre, y = f(x) parabolünün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = \frac{2}{3}(x^2 - 5x + 6)$ B) $y = \frac{3}{2}(x^2 - 6x + 5)$

C) $y = \frac{2}{3}(x^2 - 6x + 5)$ D) $y = \frac{3}{4}(x^2 - 6x - 5)$

E) $y = \frac{3}{2}(x^2 + 5x + 6)$

10. A(0, 0), B(–4, 0) ve C(–1, 6) noktalarından geçen parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = 2x^2 - 8x$ B) $y = -x^2 - 4x$

C) $y = -x^2 + 4x$ D) $y = -2x^2 + 4x$

E) $y = -2x^2 - 8x$

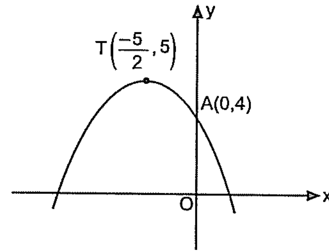
11. $y = x^2 + 4x - k$ parabolü ile $y = -2x + 2k$ doğrusu kesişmemektedir.

Buna göre, k nin <u>en büyük</u> tam sayı değeri kaçtır?

A) –4 B) –2 C) –1 D) 2 E) 3

1	A	2	D	3	A	4	C	5	D	6	E	7	C	8	D	9	C	10	E	11	A

1.



Şekilde grafiği verilen parabolün tepe noktası $T\left(-\frac{5}{2}, 5\right)$ y eksenini kestiği nokta da A(0, 4) tür.

Bu parabolün denklemi $y = ax^2 + bx + c$ olduğuna göre, b kaçtır?

A) $\frac{-5}{4}$ B) $\frac{-4}{5}$ C) $\frac{-3}{2}$ D) $\frac{1}{2}$ E) $\frac{5}{3}$

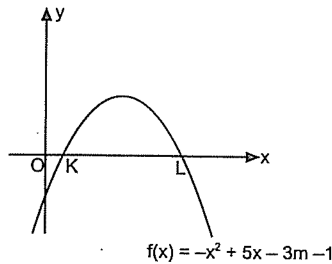
(ÖYS 1996)

2. **$y = ax^2 - 8x + 2a - 4$ eğrisi, x eksenine teğet olduğuna göre, a aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) –5 B) –3 C) –2 D) 3 E) 6

(ÖYS 1997)

3.



Yukarıdaki şekilde denklemi $y = -x^2 + 5x - 3m - 1$ olan fonksiyonun grafiği verilmiştir.

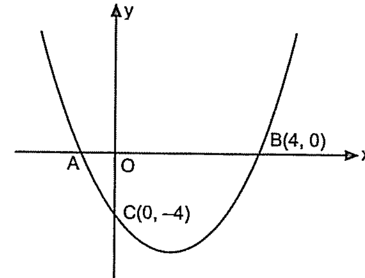
|OL| = 4.|OK| olduğuna göre, m kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

(ÖYS 1997)

karekök

4.



Şekilde verilen parabolün denklemi

$y = x^2 + bx + c$

olduğuna göre, A(x, 0) noktasının apsisi (x) kaçtır?

A) –1 B) –2 C) $-\frac{1}{2}$ D) $-\frac{3}{2}$ E) $-\frac{5}{2}$

(ÖYS 1998)

5. a, b gerçel sayılar ve

$A = -a^2 + 8a + 1$

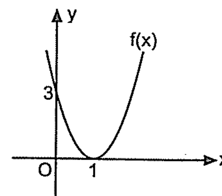
$B = b^2 + 18b + 5$

olduğuna göre, A nın <u>en büyük</u> sayı değeri ile B nin <u>en küçük</u> sayı değeri toplamı kaçtır?

A) –59 B) –50 C) 60 D) 70 E) 80

(ÖSS 1999 ipt.)

6.



f(x) fonksiyonunun grafiği şekildeki gibi, Ox eksenine (1, 0) noktasında teğet olan ve (0, 3) noktasından geçen paraboldür.

Buna göre, f(3) kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 6 D) 7 E) 12

(ÖSS 2006 II)

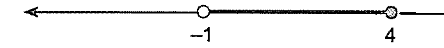
1 B 2 C 3 C 4 A 5 A 6 E

BÖLÜM 4

Eşitsizlikler

KÖŞETAŞI	KAZANIMLAR
1.	Eşitsizliği kavrar.
2.	Birinci dereceden fonksiyonların işaret tablosunu yapar.
3.	Birinci dereceden eşitsizlikleri tablo yardımıyla çözer.
4 - 5.	Birden fazla fonksiyonun çarpımıyla elde edilen eşitsizlikleri çözer.
6.	Çift katlı kökü kavrar.
7.	Mutlak değerli fonksiyonun kökünün çift katlı kök olduğunu kavrar.
8.	Verilen fonksiyonları eşitsizliğin bir tarafına toplar.
9.	Problem biçiminde sorulan eşitsizlikleri çözer.
10 - 12.	$\frac{f(x)}{g(x)} \geq 0$ ve $\frac{f(x)}{g(x)} \leq 0$ biçimindeki eşitsizlikleri çözer.
13.	Kesirli eşitsizliklerde kesirlerin paydalarını eşitler.
14.	İçler - dışlar çarpımı yapmadan kesirleri bir tarafa toplayarak eşitsizlikleri çözer.
15.	Eşitsizliklerde kökü bulunmayan çarpanları fark eder.
16.	Eşitsizlik sistemini çözer.
17.	Grafiği verilen fonksiyonun işaret tablosunu yapar.
18.	İkinci dereceden denklemlerde köklerin varlığını inceler.
19.	İkinci dereceden denklemlerde kökler toplamı ve çarpımı ile ilgili eşitsizlikleri çözer.
20.	İkinci dereceden denklemlerde zıt işaretli kökleri inceler.
21.	İkinci dereceden denklemlerde aynı işaretli kökleri inceler.

köşetaşı



Yukarıdaki sayı doğrusunda gösterilen bölgede bulunan tam sayıların toplamı kaçtır?

açıklamalı çözüm

Bir sayıdan büyük veya küçük olan sayıları ifade eden matematiksel yazılıma eşitsizlik diyoruz.

Öncelikle bu bölümde hemen hemen her soruda karşılaşacağımız >, <, ≤, ≥ sembollerini, bu sembollerle belirtilen eşitsizliklerin sayı doğrusunda gösterimini ve bulunan değerlerin küme olarak yazılışını hatırlayalım.

EŞİTSİZLİK	SAYI DOĞRUSU GÖSTERİMİ	DEĞER KÜMESİ
$x > 4$	4	$(4, \infty)$
$x < 2$	2	$(-\infty, 2)$
$x \geq -3$	–3	$[-3, \infty)$
$x \leq -1$	–1	$(-\infty, -1]$
$-6 \leq x < 4$	–6, 4	$[-6, 4)$
$2 < x \leq 7$	2, 7	$(2, 7]$
$x < -4$ veya $x > 3$	–4, 3	$(-\infty, -4) \cup (3, \infty)$

Buradan iki sonuç çıkarabiliriz.

- Sayı dahil olmadığı zaman yanına normal parantez, sayı dahil olduğu zaman köşeli parantez kullanılır.
- ∞ ve $-\infty$ un yanına her zaman normal parantez kullanılır.

Köşetaşının Çözümü:

Verilen aralığı sağlayan sayılar $-1 < x \leq 4$ eşitsizliği ile ifade edilir.

Bu aralıktaki tam sayıların toplamı $0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10$ bulunur.

1. $x \geq 4$ ve $y < -7$

olduğuna göre, x in <u>en küçük</u> tam sayı değeri ile y nin <u>en büyük</u> tam sayı değerinin toplamı kaçtır?

A) –4 B) –3 C) –1 D) 1 E) 2

2.



Yukarıdaki sayı doğrusunda gösterilen sayı kümesi aşağıdakilerden hangisinde doğru verilmiştir?

A) $(-4, \infty)$ B) $(-\infty, 3)$ C) $[-4, 3]$
D) $(-4, 3]$ E) $[-4, 3)$

karekök

3. $x < -4$ ve $x \geq 1$

eşitsizliğini sağlamayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4.



Yukarıdaki sayı doğrusu üzerinde gösterilen bölgelerde bulunan tam sayıların toplamı kaçtır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

A	D	C	E

köşetaşı

$f(x) = 3x - 12$

fonksiyonunun işaret tablosunu yapınız.

açıklamalı çözüm

Birinci Dereceden Fonksiyonların İşaret Tablosunu Yapma

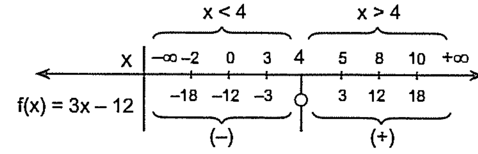
İşaret tablosu, bazı x değerleri için f(x) in işaretlerini gösteren bir tablodur.

İşaret tablosu için öncelikle f(x) in kökü bulunup sayı doğrusunun üzerine yerleştirilir.

$3x - 12 = 0 \Rightarrow 3x = 12 \Rightarrow x = 4$

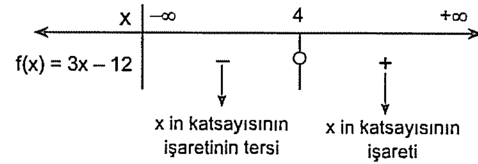
Ardından sayı doğrusunun üzerine 4 ten küçük ve büyük bazı değerler, altına bu değerler için bulunan sonuçlar yazılır.

Dikkat edilirse x > 4 için sonuçlar pozitif, x < 4 için sonuçlar negatiftir. Buna göre, 4 ün altındaki çizginin sağına (+), soluna (–) yazarak tabloyu oluştururuz.



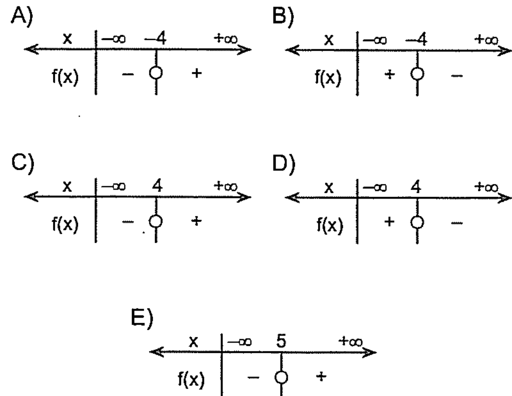
Kısa Yol:

İşaret tablosunda farklı değerler vermek yerine x in katsayısının işaretini sağa, tersini sola yazarak daha hızlı sonuca ulaşabiliriz.



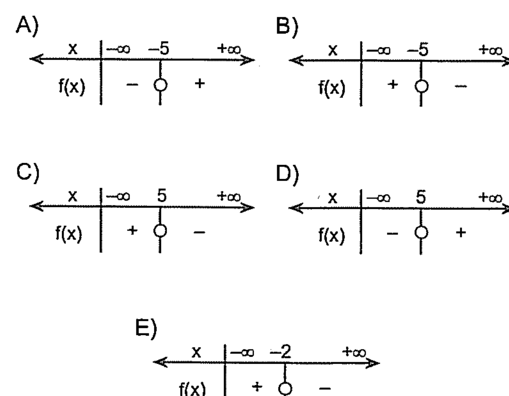
1. $f(x) = 5x + 20$

fonksiyonunun işaret tablosu aşağıdakilerden hangisidir?



2. $f(x) = -2x + 10$

fonksiyonunun işaret tablosu aşağıdakilerden hangisidir?



karekök

A C

köşetaşı

$3x - 12 < 0$

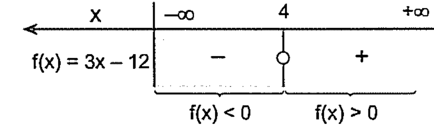
eşitsizliğini sağlayan x in en geniş değer aralığını bulunuz.

açıklamalı çözüm

İşaretli Tablosu Yardımıyla Eşitsizlik Çözümü

Eşitsizlik çözmenin en genel yöntemi işaret tablosu yapmaktır. Şimdi işaret tablosu yardımıyla eşitsizliğin çözüm kümesini bulacağız.

Bir önceki köşetaşında f(x) = 3x – 12 fonksiyonunun işaret tablosunu yapmıştık. 3x – 12 < 0 eşitsizliğinde sıfırdan küçük (negatif) sonuçlar istendiğinden tabloda (–) bölgeyi tararız. Çözüm kümesi olarak taralı bölgenin üstündeki sayı kümesini alırız.



Eşitsizlik < veya > ile kurulmuşsa kök çözüm kümesine dahil edilmez, ≤ veya ≥ ile kurulmuşsa dahil edilir.
Buna göre, Ç. K. = (–∞, 4) olur.

KLASİK ÇÖZÜM

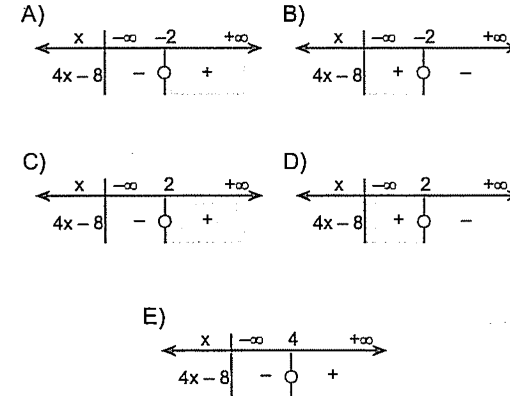
Denklemde olduğu gibi x yalnız bırakılır.

$3x - 12 < 0 \Rightarrow 3x < 12 \Rightarrow x < 4$

Ç. K. = (–∞, 4)

1. $4x - 8 > 0$

eşitsizliğinin işaret tablosu aşağıdakilerden hangisidir?

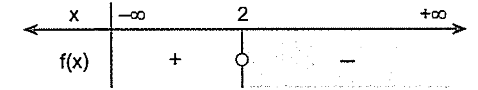


2. $5x + 30 \geq 0$

eşitsizliğini sağlayan x in en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–∞, –5) B) (–∞, –6) C) [–5, ∞]
D) (–6, ∞) E) [–6, ∞)

3.



Yukarıda verilen eşitsizlik tablosu aşağıdaki eşitsizliklerden hangisine ait olabilir?

A) $3x - 6 > 0$ B) $-6x + 12 < 0$
C) $4x + 8 < 0$ D) $5x + 10 < 0$
E) $-2x + 4 \geq 0$

4. $\frac{x-2}{4} - \frac{x+2}{3} \leq -1$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) [–2, ∞] B) (–2, ∞) C) (–∞, –2)
D) (–∞, 2) E) (–∞, 2]

karekök

C E B A

köşetaşı

$(x-2)\cdot(-3x+9) \le 0$

eşitsizliğini sağlayan x in en geniş değer aralığını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Birden Fazla Fonksiyonun Çarpımıyla Elde Edilen Eşitsizlikler

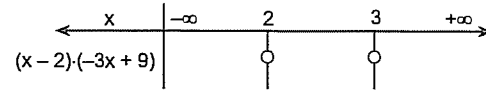
Bu tür eşitsizliklerde de bir önceki köşetaşındaki aşamaları takip edeceğiz.

1) Öncelikle çarpılan fonksiyonların köklerini buluruz.

$x-2=0 \Rightarrow x=2$

$-3x+9=0 \Rightarrow x=3$

2) Bulunan kökler sayı doğrusuna yerleştirilir.

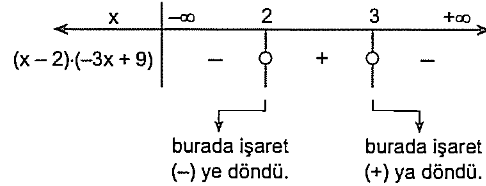


3) Tablonun en sağına yazılacak işareti belirlemek için bir önceki köşetaşındaki kısa yolu kullanırız. Her çarpandaki x in katsayısının işaretlerini çarparız.

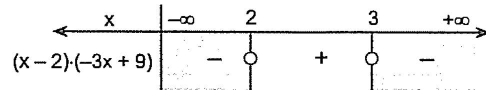
$(x-2)\cdot(-3x+9)$

$(+)\cdot(-)=(-)$

Buna göre, tabloya en sağdan (–) ile başlarız. Ardından her kökte işareti değiştiririz.



4) $(x-2)\cdot(-3x+9) \le 0$ eşitsizliğinde çarpılan ifadelerin sonucunun sıfırdan küçük veya sıfıra eşit olması gerektiğinden tabloda (–) bölümleri tararız.

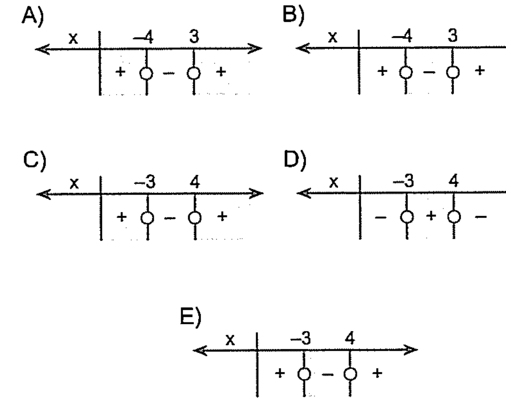


Ç.K. = $(-\infty, 2] \cup [3, \infty)$

Not: ≤ işareti kullanıldığından 2 ve 3 ün köşeli parantez ile çözüm kümesine dahil edildiğine dikkat edelim.

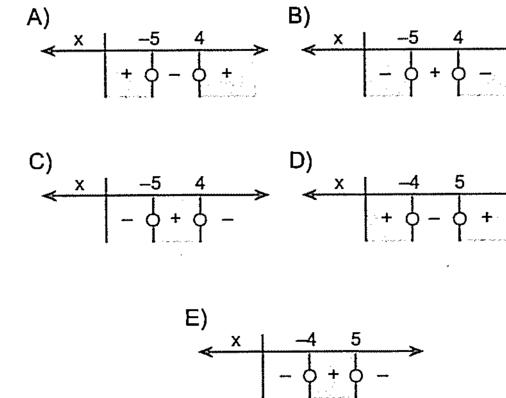
1. $(x+3)\cdot(2x-8) > 0$

eşitsizliğinin işaret tablosu aşağıdakilerden hangisidir?



2. $(-x+4)\cdot(x+5) \le 0$

eşitsizliğinin işaret tablosu aşağıdakilerden hangisidir?



3. $(x+4)\cdot(x-1) < 0$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -4)$ B) $(-4, \infty)$ C) $(1, \infty)$ D) $(-4, 1)$ E) $(-\infty, -4) \cup (1, \infty)$

4. $(5-x)\cdot(3x+4) \ge 0$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\left(-\infty, -\frac{4}{3}\right)$ B) $\left(-\infty, \frac{4}{3}\right]$ C) $\left[-\frac{4}{3}, 5\right]$ D) $[5, \infty)$ E) $\left[\frac{4}{3}, 5\right]$

5. $-3x\cdot(4x+8) \le 0$

eşitsizliğinin çözüm aralıklarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 0]$ B) $(-\infty, 2)$ C) $[-2, 0]$ D) $(-2, \infty)$ E) $[0, \infty)$

6. $(x+4)\cdot(x-3)\cdot(1-x) \le 0$

eşitsizliğini sağlayan x in negatif tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) –10 B) –8 C) –6 D) –4 E) –3

karekök

C	B	D	C	E	A

köşetaşı

$(x^2 - 9)\cdot(x^2 - x - 2) < 0$

eşitsizliğini sağlayan x in en geniş değer aralığını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Öncelikle verilen fonksiyonları çarpanlarına ayırırız.

$$\left.\begin{array}{l} x^2 - 9 \Rightarrow (x-3)\cdot(x+3) \\ x^2 - x - 2 \Rightarrow (x-2)\cdot(x+1) \end{array}\right\} (x-3)\cdot(x+3)\cdot(x-2)\cdot(x+1) < 0$$

x −2
x +1

1) Fonksiyonda çarpanların köklerini bulup sayı doğrusunda yerleştiririz.

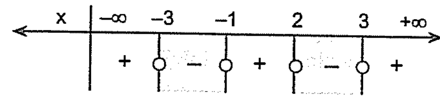
$x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3$ $x + 3 = 0 \Rightarrow x = -3$ $x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$ $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$

2) Tabloya sağdan başlayacağımız işareti bulmak için x in katsayılarının işaretlerini çarparız.

$(x-3)\cdot(x+3)\cdot(x-2)\cdot(x+1)$

$(+)\cdot(+)\cdot(+)\cdot(+) = (+)$

Tabloya + işareti ile başlar, her kökte işareti değiştiririz.



Fonksiyonu sıfırdan küçük yapan x değerlerini aradığımızdan tabloda (−) bölgeleri tararız. Taralı bölgelerin üstünde bulunan sayı doğrusu parçalarına göre çözüm kümesi $(-3, -1) \cup (2, 3)$ olur.

Eşitsizlik < ile oluşturulduğundan kökler çözüm kümesine dahil edilmedi.

1. $x^2 - 2x - 15 \geq 0$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -3]$ B) $[-3, 5]$
C) $[5, \infty]$ D) $(-\infty, -3] \cup [5, \infty)$
E) $(-\infty, -3) \cup (5, \infty)$

2. $2x^2 - x - 3 \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç x tam sayısı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

3. $4x - x^3 < 0$

eşitsizliğinin çözüm aralıklarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -2)$ B) $(-\infty, 0)$ C) $(-2, 0)$
D) $(0, 2)$ E) $(0, \infty)$

4. $(x^2 - 25)\cdot(x^2 - x) > 0$

eşitsizliğini sağlayan x in en küçük pozitif tam sayı değeri kaçtır?

A) 1 B) 2 C) 4 D) 5 E) 6

D C C E

köşetaşı

$-(-x + 3)^2\cdot(x + 2)^3 \geq 0$

eşitsizliğini sağlayan x in en geniş değer aralığını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Bir eşitsizliğin içinde bulunan $(ax + b)^n$ ifadesinde n çift ise bu ifadeden elde edilen köke çift katlı kök denir. Başka bir deyişle, fonksiyonda bir kök çift sayıda varsa bu kök çift katlıdır.

İşaret tablosunda çift katlı köke gelindiğinde işaret değişmez. (Buna çok dikkat etmeliyiz!!!)

Köşetaşının Çözümü:

Verilen eşitsizliğin köklerini bulalım.

$-x + 3 = 0 \Rightarrow x = 3$ (Parantezin kuvveti 2 olduğundan çift katlı köktür.)

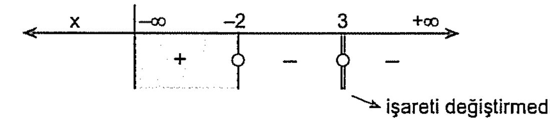
$x + 2 = 0 \Rightarrow x = -2$

Tabloda çift katlı kökü gösterirken 2 tane çizgi kullanabiliriz.

Tabloya sağdan başlayacağımız işareti bulalım.

$-(-x-3)^2\cdot(x+2)^3$

$(-)\cdot(-)^2\cdot(+)^3 = (-)\cdot(+)\cdot(+) = (-)$ olduğundan tabloya (−) ile başlarız.



Tabloda + bölgenin üstündeki sayı kümesi $(-\infty, -2]$ dir. (−2 nin dahil olduğuna dikkat edelim.)

Eşitsizliklerde ≤ veya ≥ kullanıldığı zaman çift katlı kök fonksiyonu sıfır yapacağından çözüm kümesine dahil edilir. Bu durumda çözüm kümesi $(-\infty, -2] \cup \{3\}$ olur.

Kısaca, ≤ veya ≥ gördüğümüzde tüm kökleri çözüm kümesine alırız.

1. $(x - 4)^2\cdot(x + 1) < 0$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -1)$ B) $(-\infty, 4)$ C) $(-1, 4)$
D) $(-1, \infty)$ E) $(4, \infty)$

2. $(6 - x)^4\cdot(x + 3)^5 \leq 0$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 6]$ B) $[-3, 6]$ C) $[6, \infty)$
D) $(-\infty, -3]$ E) $(-\infty, -3] \cup \{6\}$

karekök

3. $x^2\cdot(x + 1)^3\cdot(5 - x) > 0$

eşitsizliğinin en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 5)$ B) $(-1, \infty)$
C) $(-1, 5)$ D) $(-1, 5) - \{0\}$
E) $(-\infty, -1) \cup (0, 5)$

4. $(x^2 - 1)\cdot(x^2 - 4x - 5) \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı tam sayı vardır?

(Çift katlı kökü fark ettin mi?)

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

A E D D

köşetaşı

$|3 - x| \cdot (6 - 3x) < 0$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Mutlak Değer Fonksiyonu ile Oluşturulan Eşitsizlikler

Eşitsizliğin içindeki fonksiyonda bulunan mutlak değerin kökü çift katlı kök kabul edilir.

Köşetaşının Çözümü:

Öncelikle kökleri bulup sayı doğrusuna yerleştirelim.

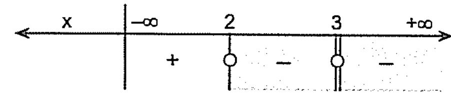
$|3 - x| = 0 \Rightarrow x = 3$ (Çift katlı köktür.) (Tabloda çift çizgi ile gösterilir.)

$6 - 3x = 0 \Rightarrow x = 2$

Tabloya başlangıç işaretini bulalım.

$|3 - x| \cdot (6 - 3x)$

$|-| \cdot (-) = (+) \cdot (-) = (-)$ olduğundan tabloya (–) ile başlarız. Çift katta işaret değişmez.



Eşitsizlikte < olduğundan 2 ve 3 çözüm kümesine alınmaz.

Bu nedenle 3 ü $(2, \infty)$ aralığından çıkarırız. Çözüm aralığı $(2, \infty) - \{3\}$ olur.

1. $|3x + 12| \cdot (1 - x)^3 < 0$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(1, \infty)$ B) $(-4, \infty)$ C) $(-4, 1)$ D) $(-1, 4)$ E) $(-\infty, -4) \cup (1, \infty)$

2. $|6 - x| \cdot (x^2 - x - 12) \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 7 D) 10 E) 12

3. $|x| \cdot (x - 4)^5 \cdot (x + 2) < 0$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -2)$ B) $(-2, 4)$ C) $(-2, 4) - \{0\}$ D) $(4, \infty)$ E) $(0, \infty) - \{4\}$

4. $|9 - x^2| \cdot (x - 1) > 0$

eşitsizliğini sağlayan <u>en küçük</u> iki pozitif tam sayının toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

karekök

A D C D

köşetaşı

$(x - 3) \cdot (1 - x) \geq x - 1$

eşitsizliğini sağlayan x in kaç farklı tam sayı değeri vardır?

açıklamalı çözüm

Eşitsizlikleri tablo yardımı ile çözmek için "küçüktür" veya "büyüktür" işaretinin bir tarafında kesinlikle sıfır bulunmalıdır. Bu nedenle verilen fonksiyonların herbirini eşitsizliğin bir tarafına toplar, diğer tarafta sıfırı bırakırız.

Köşetaşının Çözümü:

$(x - 3) \cdot (1 - x) \geq x - 1 \Rightarrow (x - 3) \cdot (1 - x) + (1 - x) \geq 0$ (1 – x parantezine alırız.)

$(1 - x) \cdot (x - 3 + 1) \geq 0$

$(1 - x) \cdot (x - 2) \geq 0$

Kökleri bulalım.

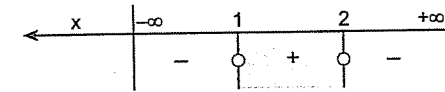
$1 - x = 0 \Rightarrow x = 1$

$x - 2 = 0 \Rightarrow x = 2$

İşarete karar verelim.

$(1 - x) \cdot (x - 2)$

$(-) \cdot (+) = (-)$ olduğundan tabloya (–) ile başlarız.



Çözüm kümesi [1, 2] olup eşitsizliği sağlayan tam sayılar 1 ve 2 dir.

1. $x^2 < 2x + 8$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -4)$ B) $(-\infty, -2)$ C) $(-2, 4)$ D) $(2, \infty)$ E) $(4, \infty)$

2. $x^3 \geq 9x$

eşitsizliğini sağlayan x in negatif tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) –3 B) –5 C) –6 D) –8 E) –10

3. $(x - 4) \cdot (x + 1) \leq 6$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

4. $(2 - x) \cdot (x + 5) > 2 - x$

eşitsizliğini sağlayan x in tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) –2 B) –5 C) –6 D) –9 E) –10

karekök

C C E B

köşetaşı

Karesi, kendisinin 30 fazlasından küçük olan kaç farklı tam sayı değeri vardır?

açıklamalı çözüm

Aradığımız sayı x olsun.

Bu sayının karesi x^2, kendisinin 30 fazlası x + 30 olur.

Karesi, kendisinin 30 fazlasından küçük olduğuna göre,

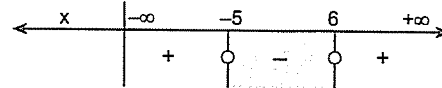
$x^2 < x + 30$ eşitsizliği elde edilir.

$x^2 - x - 30 < 0 \Rightarrow (x-6)(x+5) < 0$

x   −6
x   +5

Çarpanların kökleri x = 6 ve x = −5 dir.

$(x-6)\cdot(x+5)$
↓ ↓
(+) · (+) = (+) olduğundan tabloya (+) ile başlarız.



Taralı bölgede −4, −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3, 4, 5 olmak üzere 10 tam sayı vardır.

1. Bir reel sayının karesi, kendisinin 12 fazlasından büyüktür.

Buna göre, bu sayının <u>en küçük</u> pozitif tam sayı değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

2. Karesinin 8 eksiği, kendisinin 2 katından küçük olan reel sayılar kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (−∞, −4) B) (−∞, −2) C) (−2, 4)
D) (2, ∞) E) (4, ∞)

3. Küpü ile karesinin 2 katının toplamı sıfırdan büyük olan reel sayılar kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) (−∞, −2) B) (−2, 0) C) (0, ∞)
D) (−2, ∞) E) (−2, ∞) − {0}

4. 6 katı, karesinden büyük olan kaç farklı tam sayı vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

karekök

C C E D

köşetaşı

$$\frac{2x+8}{3-x} \le 0$$

eşitsizliğini sağlayan x in en geniş değer aralığını bulunuz.

açıklamalı çözüm

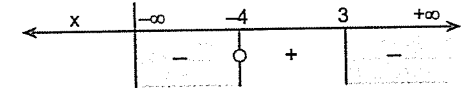
$\frac{f(x)}{g(x)} \le 0$ veya $\frac{f(x)}{g(x)} \ge 0$ Biçimindeki Eşitsizlikler

Bu tür eşitsizliklerde de aynı aşamalar uygulanır. Farklı olarak paydayı sıfır yapan kök çözüm kümesine alınmaz. Bunu unutmamak için paydayı sıfır yapan kökün tablodaki çizgisine sıfır yazmayalım.

Payın kökü: 2x + 8 = 0 ⇒ x = −4

Paydanın kökü: 3 − x = 0 ⇒ x = 3 (Tabloda çizgisine sıfır yazılmaz.)

(+)
↑
$\frac{2x+8}{3-x} = \frac{(+)}{(-)} = (-)$ olduğundan tabloya (−) ile başlanır.
↓
(−)



Paydayı sıfır yapacağından 3 çözüm kümesine alınmaz.

Ç.K. = (−∞, −4] ∪ (3, ∞) olur.

Not: < veya > ile oluşturulan eşitsizliklerde hiçbir kökü çözüm kümesine alamayacağımızdan paydayı sıfır yapan kökle ilgilenmemiz gerekmez.

1. $\frac{1}{x-2} \ge 0$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (−∞, −2) B) (−2, ∞) C) [2, ∞)
D) (2, ∞) E) R − {2}

2. $\frac{x-5}{1-x} \ge 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $\frac{x}{3x+12} < 0$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) −15 B) −10 C) −6 D) −5 E) −3

4. $-\frac{3-x}{x} \le 0$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (−∞, 0) B) (0, 3] C) [0, 3)
D) (0, ∞) E) (3, ∞)

karekök

D C C B

köşetaşı

$$\frac{(2-x)\cdot(x-3)}{x^2-6x+5} \le 0$$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı nedir?

açıklamalı çözüm

$$\frac{(2-x)\cdot(x-3)}{x^2-6x+5} \le 0 \Rightarrow \frac{(2-x)\cdot(x-3)}{(x-5)\cdot(x-1)} \le 0$$

ifadesinin pay ve paydasındaki kökleri bulalım.

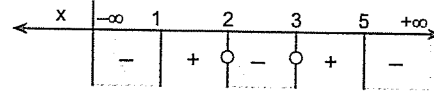
$2-x=0 \Rightarrow x=2,\quad x-3=0 \Rightarrow x=3$

$x-5=0 \Rightarrow x=5,\quad x-1=0 \Rightarrow x=1$

(1 ve 5 paydada olduğundan tabloda sıfır yazmayalım.)

İşaretlere bakalım.

$$\frac{\overset{(-)}{(2-x)}\cdot\overset{(+)}{(x-3)}}{\underset{(+)}{(x-5)}\cdot\underset{(+)}{(x-1)}} = \frac{(-)\cdot(+)}{(+)\cdot(+)} = \frac{(-)}{(+)} = (-)$$



Üzerinde sıfır olan kökleri çözüm kümesine alırız.

Ç.K. $= (-\infty, 1) \cup [2, 3] \cup (5, \infty)$

1. $\dfrac{(x+1)(5-x)}{x} > 0$

eşitsizliğinin en geniş değer aralığı nedir?

A) $(0, \infty)$ B) $(-1, 0)$ C) $(0, 5)$ D) $(-1, 0) \cup (5, \infty)$ E) $(-\infty, -1) \cup (0, 5)$

2. $\dfrac{-2}{x^2-2x-8} \ge 0$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -2)$ B) $(-2, 4)$ C) $[-2, 4]$ D) $(0, 4)$ E) $(-\infty, -2) \cup (4, \infty)$

3. $\dfrac{x^2-16}{x^2-3x-10} \le 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

4. $\dfrac{x^3-8}{3^x-27} \le 0$

eşitsizliğinin en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 2]$ B) $(3, \infty)$ C) $(2, 3)$ D) $[2, 3)$ E) $(-\infty, 2) \cup (3, \infty)$

karekök

E | B | B | D

köşetaşı

$$\frac{(x+2)^3\cdot(x-3)^2}{4-x^2} \le 0$$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı nedir?

açıklamalı çözüm

Bu köşetaşında 7. köşetaşında olduğu gibi çift katlı köklere dikkat edeceğiz.

$$\frac{(x+2)^3\cdot(x-3)^2}{4-x^2} \le 0 \Rightarrow \frac{(x+2)^3\cdot(x-3)^2}{(2-x)\cdot(2+x)} \le 0$$

Payın kökleri: $(x+2)^3 = 0 \Rightarrow x = -2,\quad (x-3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3$ (çift katlı)

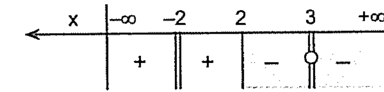
Paydanın kökleri: $2-x=0 \Rightarrow x=2,\quad 2+x=0 \Rightarrow x=-2$

Dikkatle incelediğimizde $x = -2$ kökü pay ve paydada tek sayıda kullanılıyor.

Toplamda $x = -2$ kökünü 4 kez kullanmış olduğumuzdan bu kök çift katlı köke döner.

İşaretlere bakalım.

$$\frac{(x+2)^3\cdot(x-3)^2}{(2-x)\cdot(2+x)} = \frac{(+)^3\cdot(+)^2}{(-)\cdot(+)} = \frac{(+)\cdot(+)}{(-)\cdot(+)} = \frac{(+)}{(-)} = (-)$$



−2 ve 2 paydada olduğundan çözüm kümesine alınmayacaktır.

Ç.K. $= (2, \infty)$

1. $\dfrac{x}{(x-4)^2} < 0$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 0)$ B) $(0, 4)$ C) $[0, 4)$ D) $(2, \infty)$ E) $[4, \infty)$

2. $\dfrac{(x-7)\cdot(5-x)^2}{x+1} \le 0$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -1)$ B) $(-1, 7) - \{5\}$ C) $(-1, 7]$ D) $[5, \infty)$ E) $(-\infty, -1) \cup [5, 7]$

3. $\dfrac{(x+3)^5\cdot(x-2)^{10}}{1-x} \ge 0$

eşitsizliğini sağlayan tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) −6 B) −4 C) −3 D) −2 E) −1

4. $\dfrac{x^2-x-6}{(x+1)\cdot(x-3)^5} \le 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

A | C | B | A

köşetaşı

$$\frac{x}{x+2}-\frac{1}{x}<0$$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı nedir?

açıklamalı çözüm

Toplanan veya çıkarılan kesirlerin bulunduğu eşitsizliklerde kesirlerde payda eşitleme yapılarak verilenler çarpım ve bölüm durumuna getirilir.

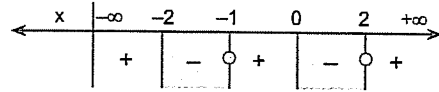
$$\underset{(x)}{\frac{x}{x+2}}-\underset{(x+2)}{\frac{1}{x}}<0 \Rightarrow \frac{x^2}{x\cdot(x+2)}-\frac{x+2}{x\cdot(x+2)}<0$$

$$\frac{x^2-x-2}{x\cdot(x+2)}<0$$

$$\frac{(x-2)\cdot(x+1)}{x\cdot(x+2)}<0$$

eşitsizliğinin kökleri $x = 2$, $x = -1$, $x = 0$ ve $x = -2$ dir.

Tüm çarpanlarda x in işareti + olduğundan tabloya da + ile başlarız.



Eşitsizlikte < kullanıldığından hiçbir kök çözüm kümesine alınmaz.

Ç. K. = (−2, −1) ∪ (0, 2)

1. $x-\frac{1}{x}>0$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (−∞, 0) B) (−1, 1) C) (0, ∞) D) (−1, 0) ∪ (1, ∞) E) (−∞, −1) ∪ (0, 1)

2. $1-\frac{1}{x}-\frac{12}{x^2}<0$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $\frac{x}{x^2-4}+\frac{1}{x+2}>0$

eşitsizliğinin çözüm aralıklardan biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) (−∞, −2) B) (−2, 1) C) (1, 2) D) (1, ∞) E) (−2, 2)

4. $\frac{x}{x+6}-\frac{1}{x+2}\le 0$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) −12 B) −10 C) −8 D) −6 E) −4

karekök

D D B B

köşetaşı

$$\frac{x}{x-2}>\frac{x+2}{x+1}$$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı nedir?

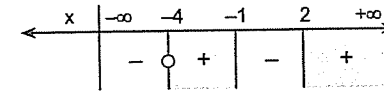
açıklamalı çözüm

Birbirinden küçük veya büyük iki kesirli ifadenin bulunduğu sorularda içler - dışlar çarpımı yapılmaz. Bunun yerine kesirlerden biri diğer tarafa alınıp payda eşitlenir.

$$\frac{x}{x-2}>\frac{x+2}{x+1} \Rightarrow \underset{(x+1)}{\frac{x}{x-2}}-\underset{(x-2)}{\frac{x+2}{x+1}}>0 \Rightarrow \frac{x^2+x-x^2+4}{(x-2)(x+1)}>0$$

$$\frac{(x+4)}{(x-2)(x+1)}>0$$

Eşitsizliğin kökleri −4, 2, −1 dir. Tüm çarpanlarda x in işareti + olduğundan tabloya + ile başlarız.



Ç. K. = (−4, −1) ∪ (2, ∞)

1. $x<\frac{9}{x}$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (−3, 0) B) (−∞, 0) C) (0, 3) D) (−∞, −3) ∪ (0, 3) E) (−3, 0) ∪ (3, ∞)

2. $x+2>\frac{15}{x}$

eşitsizliğini sağlayan negatif tam sayıların toplamı kaçtır?

A) −15 B) −12 C) −10 D) −8 E) −6

3. $\frac{8}{x-1}>2$

eşitsizliğini sağlayan kaç x tam sayısı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $\frac{4}{x+3}\ge x$

eşitsizliğinin çözüm aralıklarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) (−∞, −3) B) [−4, −3) C) (−3, ∞) D) (−3, 1] E) [1, ∞)

karekök

D C C D

köşetaşı

$$\frac{-2^{x+1}(x^2-9)}{x^2+x+4} \ge 0$$

eşitsizliğinin çözüm aralığını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Kökü Bulunmayan Çarpanlar

Eşitsizliklerde bazı çarpanların kökleri bulunmaz. Çünkü bu çarpanları sıfır yapan x değeri yoktur. Bunların bazılarını kolayca tespit edebilirken üç terimlilerin diskriminantına bakarız. $\Delta < 0$ ise kökü yoktur.

Köşetaşının Çözümü:

$-2^{x+1} \neq 0$ olacağından bu çarpanın kökü yoktur.

$x^2 - 9 = 0 \Rightarrow (x-3)\cdot(x+3) = 0$ ise kökler $x = 3$ ve $x = -3$ tür.

$x^2 + x + 4$ üç terimlisi kolayca çarpanlara ayrılmadığından diskriminantına bakılır.

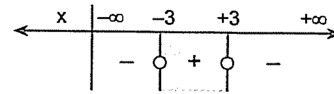
$b^2 - 4ac \Rightarrow 1^2 - 4\cdot1\cdot4 = -15 < 0$ olduğundan kök yoktur.

İşarete bakalım.

Kökü olmayan çarpanların da işaretine bakılır.

$x^2 + x + 4$ çarpımında en büyük dereceli x in (x^2) işareti alınır.

$$\frac{-2^{x+1}\cdot(x-3)\cdot(x+3)}{x^2+x+4} = \frac{(-)\cdot(+)\cdot(+)}{(+)} = \frac{(-)}{(+)} = (-)$$



Ç. K. = [−3, 3]

1. $(x^2+1)\cdot(x^2-x-6) < 0$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -2)$ B) $(-3, 2)$ C) $(-2, 3)$ D) $(3, \infty)$ E) $(-\infty, -2) \cup (3, \infty)$

2. $\frac{5^x\cdot(4-x)}{x^2-1} \ge 0$

eşitsizliğini sağlayan pozitif x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 10

3. $\frac{x^2-x+5}{-x^2+2x+8} > 0$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-2, 4)$ B) $(-\infty, -2)$ C) $(-4, 2)$ D) $(2, \infty)$ E) $(4, \infty)$

4. $\frac{-3^{x+5}\cdot(x^2-4x+4)}{x+1} \le 0$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -1)$ B) $(-1, 2)$ C) $(2, \infty)$ D) $(-1, \infty)$ E) $(-\infty, -1) \cup [2, \infty)$

karekök

C D A D

köşetaşı

$$\frac{x^2-9}{x} \ge 0 \qquad (x-5)\cdot(1-x)^2 < 0$$

eşitsizlik sisteminin çözüm kümesini bulunuz.

açıklamalı çözüm

Eşitsizlik Sistemleri

Birden fazla eşitsizliği içeren sistemlerdir. Verilen eşitsizlikler için iki katlı bir tablo hazırlanıp ortak çözüm kümesi bulunur.

1. eşitsizliğin kökleri −3, 3 ve 0 dır. 0 paydada olduğundan çözüm kümesine dahil değildir. Bu eşitsizliğin işareti + ile başlar.

2. eşitsizliğin kökleri 5 ve 1 dir. 1 çift katlıdır. Eşitsizlik < ile kurulduğundan kökler dahil değildir.

İşaret $(+)\cdot(-)^2 = +$ olduğundan tablo + ile başlar.

x		−3		0		1		3		5	
$\frac{x^2-9}{x} \ge 0$	−		+		−		−		+		+
$(x-5)\cdot(1-x)^2 < 0$	−		−		−		−		−		+

1 ve 5, birinci eşitsizliğin kökleri olmadığından işaretleri değiştirmez. Sanki onlar yokmuş gibi davranırız. Aynı durum ikinci eşitsizlikte −3, 3 ve 0 için de geçerlidir. Tabloda iki eşitsizlikte de çözüm aralıkları tarandıktan sonra ortak olan bölmelerin altı taranır. Bu aralıklar sistemin çözüm kümesidir. Birinci eşitsizlikte −3 ve 3 dahil olduğundan ortak çözüm kümesine de dahildir.

Ç. K. = $[-3, 0) \cup [3, 5)$

1. $(x-1)\cdot(x+4) < 0$

$4 - x^2 \ge 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -4)$ B) $(-4, -2]$ C) $[-2, 1)$ D) $(1, 2]$ E) $[2, \infty)$

2. $(x+3)^2\cdot(4-x) \ge 0$

$\frac{1}{x+1} < 0$

eşitsizlik sisteminin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -3)$ B) $(-\infty, -1)$ C) $[-3, -1)$ D) $(-1, 4]$ E) $(-1, \infty)$

3. $\frac{x}{x-3} > 0 \qquad \frac{x+2}{6-x} < 0$

eşitsizliğinin çözüm aralıklarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 0)$ B) $(-2, 0)$ C) $(0, 3)$ D) $(3, 6)$ E) $(6, \infty)$

4. $\frac{x^2-x-2}{4-x} \ge 0 \qquad \frac{5-x}{x^2} > 0$

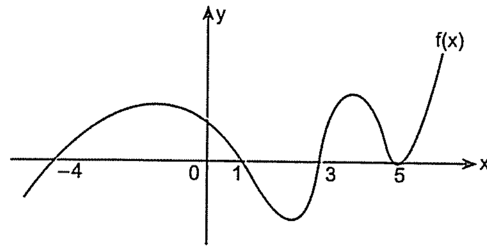
eşitsizliğinin çözüm aralıklarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 2)$ B) $(-1, 2)$ C) $[2, 4)$ D) $(2, 4]$ E) $(4, 5)$

karekök

C B E C

köşetaşı



Yanda f(x) fonksiyonunun grafiği veriliyor.

Buna göre,

$$\frac{f(x)}{x+2} < 0$$

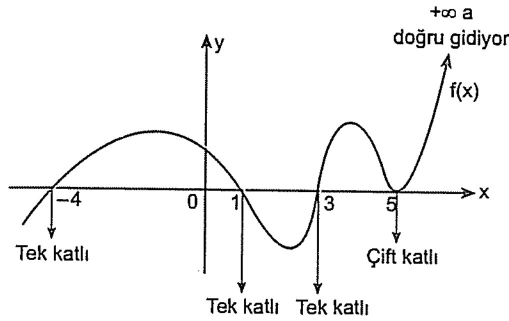
eşitsizliğini sağlayan x in en geniş değer aralığını bulunuz.

açıklamalı çözüm

Grafiği verilen f(x) fonksiyonunun x eksenini kestiği noktalar f(x) in kökleridir.

Bunlardan x eksenini kesip öbür tarafa geçenler tek katlı kök, x eksenine teğet olanlar çift katlı köktür.

Buna göre, f(x) in tek katlı kökleri –4, 1, 3; çift katlı kökü 5 tir.

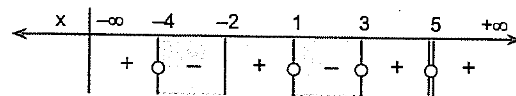


$\frac{f(x)}{x+2} < 0$ eşitsizliğinden dolayı tabloya x = –2 kökü de eklenir.

İşarete bakarken f(x) in en sağdaki ucunun +∞ veya –∞ a doğru gidişine bakarız. Grafik (+∞) a doğru gidiyorsa f(x) in işaretini (+), (–∞) a doğru gidiyorsa f(x) in işaretini (–) alırız.

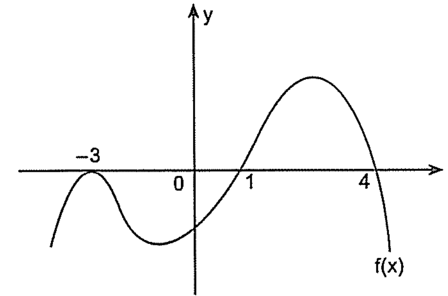
x + 2 nin işareti (+) olduğundan

$\frac{f(x)}{x+2} = \frac{(+)}{(+)} = (+)$ işareti ile tabloya başlarız.



Ç. K. = (–4, –2) ∪ (1, 3)

1.

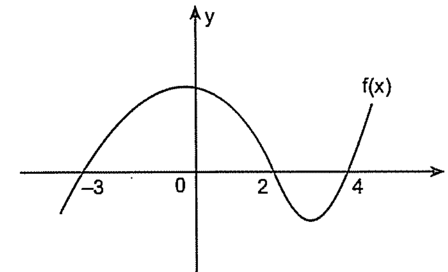


Yukarıda f(x) fonksiyonunun grafiği veriliyor.

Buna göre, f(x) ≥ 0 eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–∞, 1)
B) [1, 4] ∪ {–3}
C) [–3, 4]
D) (1, 4)
E) [–3, 1] ∪ {4}

2.



Yukarıda f(x) fonksiyonunun grafiği veriliyor.

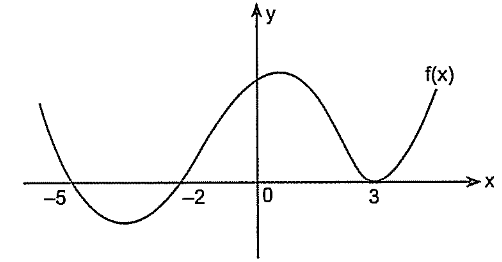
Buna göre,

$$(x-1)\cdot f(x) \leq 0$$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–∞, –3]
B) (–3, 2) ∪ (4, ∞)
C) [–3, 1] ∪ [2, 4]
D) (1, 2)
E) [4, ∞)

3.



Yukarıda f(x) fonksiyonunun grafiği veriliyor.

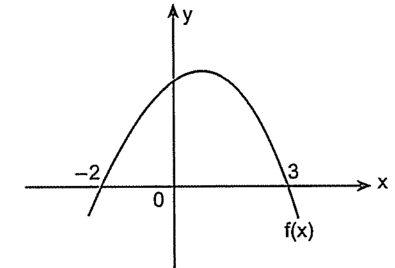
Buna göre,

$$\frac{f(x)}{x} \geq 0$$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) [–5, –2]
B) (–∞, –2]
C) (–5, 0)
D) [–5, –2] ∪ (0, ∞)
E) (–2, 0)

4.



Yukarıda f(x) fonksiyonunun grafiği veriliyor.

Buna göre,

$$(x+1)^2 \cdot f(x) > 0$$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 2
B) 3
C) 5
D) 6
E) 7

B	C	D	B

köşetaşı

$x^2 + (m + 1)x + m + 4 = 0$

denkleminin iki farklı reel kökü olduğuna göre, m nin en geniş değer aralığını bulunuz.

açıklamalı çözüm

İkinci dereceden bir denklemin iki farklı reel kökü varsa $\Delta > 0$ dır.

$b^2 - 4ac > 0 \Rightarrow (m + 1)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (m + 4) > 0$

$m^2 + 2m + 1 - 4m - 16 > 0$

$m^2 - 2m - 15 > 0$

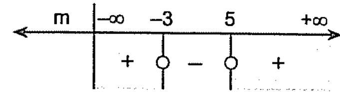
m −5

m +3

$(m - 5) \cdot (m + 3) > 0$

Eşitsizlikte kökler 5 ve −3 tür.

m nin işaretleri (+) olduğundan tablo (+) ile başlar.



Ç. K. = $(-\infty, -3) \cup (5, \infty)$

HATIRLAYALIM

$ax^2 + bx + c = 0$

- *$\Delta > 0$ ise iki farklı reel kök vardır.*
- *$\Delta = 0$ ise tek kök vardır.*
- *$\Delta < 0$ ise reel kök yoktur.*

1. $x^2 + (k - 2)x + 4 = 0$

denkleminin reel kökü olmadığına göre, k nin değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -6)$ B) $(-\infty, -2)$ C) $(-2, 6)$ D) $(-6, 2)$ E) $(6, \infty)$

2. $x^2 + (n + 4)x + 11 - n = 0$

denkleminin iki farklı reel kökü olduğuna göre, n nin en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 0)$ B) $(-10, 6)$ C) $(-14, 2)$ D) $(-\infty, -10) \cup (6, \infty)$ E) $(-\infty, -14) \cup (2, \infty)$

3. $mx^2 - 8x + 4m = 0$

denkleminin iki farklı reel kökü olduğuna göre, m nin alabileceği kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4. $(a + 2)x^2 - 2ax + 2 - a = 0$

denkleminin reel kökü olmadığına göre, a nın tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) −1 B) −2 C) 0 D) 1 E) 2

karekök

C	E	B	C

köşetaşı

$x^2 + (m - 2)x - m = 0$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 0$ eşitsizliğini sağlayan m nin en geniş değer aralığı nedir?

açıklamalı çözüm

İkinci dereceden denklemin kökleri ile ilgili eşitsizliklerde öncelikle $\Delta > 0$ şartına bakarız. Ama genellikle bu eşitsizlikten bir sınırlama gelmez.

$\Delta > 0 \Rightarrow (m - 2)^2 - 4 \cdot (-m) > 0 \Rightarrow m^2 - 4m + 4 + 4m > 0$

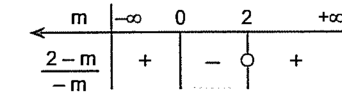
$m^2 + 4 > 0$

Bu eşitsizlik her m için geçerlidir.

$\underset{(x_2)}{\frac{1}{x_1}} + \underset{(x_1)}{\frac{1}{x_2}} < 0 \Rightarrow \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} < 0 \Rightarrow \frac{2 - m}{-m} < 0$

Eşitsizliğin kökleri 0 ve 2 dir.

İşareti $\frac{(-)}{(-)} = +$ ile başlar



m nin en geniş değer aralığı (0, 2) olur.

HATIRLAYALIM

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde

$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$

$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$

formülleri ile bulunur.

1. $x^2 + (m - 4)x + 1 - m = 0$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2 < 0$

olduğuna göre, m nin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -1)$ B) $(-1, 4)$ C) $(1, 4)$ D) $(1, \infty)$ E) $(4, \infty)$

2. $ax^2 - (a + 2)x + 1 = 0$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$(x_1 + 1) \cdot (x_2 + 1) < 0$

olduğuna göre, a nın tam sayı değeri kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 1 D) 2 E) 3

3. $x^2 - (5 - k)x - k = 0$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} \leq -1$

olduğuna göre, k nin alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

4. $px^2 - (p + 3)x - 1 - p = 0$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 + x_2 < x_1 \cdot x_2$

olduğuna göre, p nin en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -3)$ B) $(-3, -2)$ C) $(-2, 0)$ D) $(0, 2)$ E) $(3, \infty)$

karekök

C	B	A	C

köşetaşı

$x^2 + (4 - k)x - 2k = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 < 0 < x_2$ ve $|x_1| > x_2$

olduğuna göre, k nin en geniş tanım aralığı nedir?

açıklamalı çözüm

Biri pozitif biri negatif iki sayının çarpımı negatiftir. Buna göre, kökleri zıt işaretli olan ikinci dereceden denklemin köklerinin çarpımı sıfırdan küçük olur.

$$x_1 < 0 < x_2 \Rightarrow x_1 \cdot x_2 < 0 \Rightarrow \frac{c}{a} < 0$$

Zıt işaretli köklerden negatif olanın mutlak değeri pozitif olandan daha büyükse köklerinin toplamı negatiftir. Örneğin; –5 ve 3 ü düşünelim. –5 mutlak değerce 3 ten daha büyüktür. Bu nedenle toplamları da negatif olur. Negatif olan mutlak değerce diğerinden daha küçük ise kökler toplamı pozitif olur. (–3 ve 5 i düşün.)

$$|x_1| > x_2 \Rightarrow x_1 + x_2 < 0 \Rightarrow -\frac{b}{a} < 0$$

$$|x_1| < x_2 \Rightarrow x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow -\frac{b}{a} > 0$$

Köşetaşının Çözümü:

$$\left.\begin{array}{l} x_1 < 0 < x_2 \Rightarrow \frac{c}{a} < 0 \Rightarrow -2k < 0 \Rightarrow k > 0 \\ |x_1| > x_2 \Rightarrow -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow k - 4 < 0 \Rightarrow k < 4 \end{array}\right\} k \in (0, 4)$$

Not: $\Delta > 0$ olma şartını unutmamak gerekir. Ama bir çok soruda olduğu gibi bu soruda da $\Delta > 0$ dan bir sınırlama çıkmadı. İsterseniz deneyin.

1. $x^2 + 4x - m + 8 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir

$x_1 < 0 < x_2$ olduğuna göre, m nin en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

2. $mx^2 + (m + 2)x + 3 - m = 0$

denkleminin zıt işaretli iki kökü olduğuna göre, m nin alabileceği en büyük negatif tam sayı değeri kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

3. $x^2 + (m - 6)x - 4m = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 < 0 < x_2$ ve $|x_1| < x_2$

olduğuna göre, m nin tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 21 E) 25

karekök

4. $x^2 + (n + 1)x + n - 6 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 < 0 < x_2$ ve $|x_1| > x_2$

olduğuna göre, n nin kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

E E C D

köşetaşı

$x^2 + (m + 3)x + m - 8 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 < x_2 < 0$

olduğuna göre, m nin en geniş değer aralığını bulunuz.

açıklamalı çözüm

İki pozitif sayının çarpımı da toplamı da pozitiftir. Bu nedenle kökleri pozitif olan ikinci dereceden denklemlerde,

$0 < x_1 < x_2$ → $x_1 \cdot x_2 > 0 \Rightarrow \frac{c}{a} > 0$

$0 < x_1 < x_2$ → $x_1 + x_2 > 0 \Rightarrow -\frac{b}{a} > 0$

İki negatif sayının çarpımı pozitif, toplamı negatiftir. Bu nedenle kökleri negatif olan ikinci dereceden denklemlerde,

$x_1 < x_2 < 0$ → $x_1 \cdot x_2 > 0 \Rightarrow \frac{c}{a} > 0$

$x_1 < x_2 < 0$ → $x_1 + x_2 < 0 \Rightarrow -\frac{b}{a} < 0$

Köşetaşının Çözümü:

$$\left.\begin{array}{l} x_1 < x_2 < 0 \Rightarrow \frac{c}{a} > 0 \Rightarrow m - 8 > 0 \Rightarrow m > 8 \\ -\frac{b}{a} < 0 \Rightarrow -(m + 3) < 0 \Rightarrow m + 3 > 0 \Rightarrow m > -3 \end{array}\right\} m \in (8, \infty)$$

1. $x^2 - 8x + 6 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir

Buna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

A) $x_1 < x_2 < 0$

B) $0 < x_1 < x_2$

C) $0 < x_1 = x_2$

D) $x_1 < 0 < x_2$, $|x_1| < x_2$

E) $x_1 < 0 < x_2$, $|x_1| > x_2$

2. $x^2 - (m + 5)x + 3m = 0$

denkleminin aynı işaretli iki reel kökü olduğuna göre, m nin değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -5)$ B) $(-5, 0)$ C) $(0, 5)$ D) $(-5, \infty)$ E) $(0, \infty)$

karekök

3. $x^2 + (a - 3)x + a = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir

$x_1 < x_2 < 0$ olduğuna göre, a nın alabileceği en küçük pozitif tam sayı değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

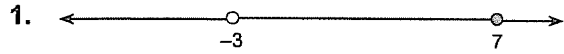
4. $ax^2 - (a + 4)x + 1 = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir

$0 < x_1 < x_2$ olduğuna göre, a nın en küçük tam sayı değeri kaçtır?

A) –3 B) –2 C) –1 D) 1 E) 2

B E C D

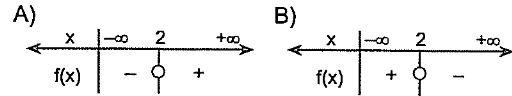
1. 

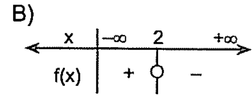
Yukarıdaki sayı doğrusunda gösterilen bölgede bulunan tam sayıların toplamı kaçtır?

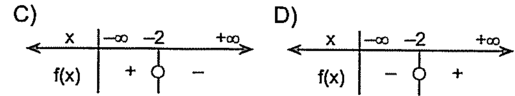
A) 16 B) 18 C) 20 D) 25 E) 27

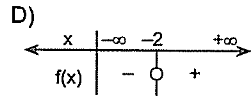
2. $f(x) = -6x - 12$

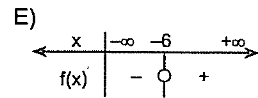
fonksiyonunun işaret tablosu aşağıdakilerden hangisidir?

A) 

B) 

C) 

D) 

E) 

3. $x - 2(1 - x) > 4(x - 1)$

eşitsizliğini sağlayan x in <u>en büyük</u> tam sayı değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 1 D) 2 E) 3

4. a < 0 < b olmak üzere,

$(x - a)\cdot(-x + b) \geq 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) [–b, –a] B) [a, b] C) [b, a] D) [–b, a] E) (a, b)

5. $(25 - x^2)\cdot x < 0$

eşitsizliğini sağlayan negatif tam sayıların toplamı kaçtır?

A) –15 B) –10 C) –8 D) –6 E) –3

6. $(1 - x)\cdot(x^2 - 6x + 5) \leq 0$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–∞, 1) B) (–∞, 5) C) [1, 5] D) (5, ∞) E) [5, ∞) ∪ {1}

7. $|x - 4|\cdot(x - 1)\cdot(5 - 2x) \geq 0$

eşitsizliğini sağlayan tam sayıların toplamı kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

8. $x\cdot(x - 3) \leq x - 3$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–∞, –1) B) (–∞, 1) C) [1, 3] D) (1, 3) E) [1, ∞)

9. Karesi ile kendisinin toplamı 20 den küçük olan kaç farklı tam sayı vardır?

A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

10. $-\dfrac{x - 1}{4 - x} \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı tam sayı vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

11. $\dfrac{(9 - x^2)\cdot x}{x + 4} > 0$

eşitsizliğini sağlayan tam sayıların toplamı kaçtır?

A) –4 B) –1 C) 3 D) 6 E) 7

12. $\dfrac{(x - 4)^4\cdot(5 - x)^3}{1 + x} \geq 0$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–∞, –1) B) (–1, 4] C) (–1, 5] D) [4, 5] E) (–1, 5) – {4}

13. $\dfrac{x + 2}{x^2} - \dfrac{1}{x + 2} \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı tam sayı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $\dfrac{x - 1}{x} \geq \dfrac{x}{x + 1}$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–2, –1) B) (–1, 0) C) (0, 1) D) (0, 2) E) (2, ∞)

15. $\dfrac{(-x^2 - 9)\cdot(x^2 - 2x - 8)}{x - 1} > 0$

eşitsizliğini sağlayan pozitif tam sayıların toplamı kaçtır?

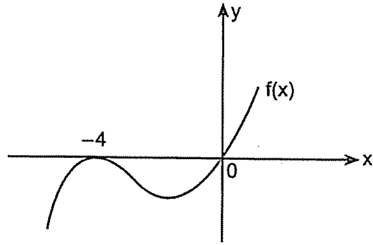
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

16. $\frac{x^2-4}{x}<0 \quad \frac{x^2-4x-5}{3-x}\le 0$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–2, 3) B) (–2, 0)
C) (0, 2) D) (–2, 0) ∪ (3, 5]
E) (0, 2) ∪ [5, ∞)

17.



Yukarıda f(x) fonksiyonunun grafiği veriliyor.

Buna göre, (x – 2)·f(x) ≤ 0 eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) –4 B) –3 C) –1 D) 2 E) 3

18. $x^2 + (m-6)x + 2m = 0$

denkleminin iki farklı reel kökü olduğuna göre, m nin değer aralıklarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–∞, 3) B) (0, 4) C) (2, 18)
D) (4, 9) E) (18, ∞)

19. $x^2 + (2m-3)x - 3m = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 + x_2 < x_1 \cdot x_2$

olduğuna göre, m nin <u>en büyük</u> tam sayı değeri kaçtır?

A) –4 B) –2 C) –1 D) 2 E) 3

20. $x^2 + 6x + (m-4) = 0$

denkleminin zıt işaretli iki kökü olduğuna göre, m nin <u>en büyük</u> tam sayı değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

21. $x^2 + (7-a)x - 3a = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 < x_2 < 0$

olduğuna göre, a nın <u>en büyük</u> tam sayı değeri kaçtır?

A) –2 B) –1 C) 2 D) 3 E) 6

1 D 2 C 3 C 4 B 5 B 6 E 7 E 8 C 9 B 10 B 11 C 12 C 13 A 14 B 15 A 16 C 17 C 18 E 19 A 20 B 21 B

KONU TESTİ - 1

1. $x - \frac{x-2}{3} < \frac{3x-1}{4}$

eşitsizliğini sağlayan x in en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–∞, –5) B) (–5, ∞) C) (–∞, 5)
D) (–∞, 11) E) (11, ∞)

2. $(2x-5)\cdot(x+4) \ge 0$

eşitsizliğini sağlayan x in <u>en küçük</u> pozitif tam sayı değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

3. $mx^2 - mx + 3 = 0$

ikinci dereceden denkleminin reel kökü yoktur.

Buna göre, m aşağıdakilerden hangisine eşit <u>olamaz</u>?

A) 1 B) 2 C) 7 D) 10 E) 13

4. $\frac{x^2-x-6}{5-x} \ge 0$

eşitsizliğini sağlayan pozitif tam sayıların toplamı kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 7 D) 9 E) 12

5. $x + 4 < \frac{5}{x}$

eşitsizliğini sağlayan x in en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–∞, –5) B) (–∞, –1) ∪ (0, 5)
C) (–5, 1) D) (–∞, –5) ∪ (0, 1)
E) (–1, 5)

6. $nx^2 - 12x + 4 - n = 0$

ikinci dereceden denkleminin kökleri zıt işaretli olduğuna göre, n nin <u>en küçük</u> pozitif tam sayı değeri kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 4 D) 5 E) 8

7. $x^2 - 4 < x + 2$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

8. $\frac{(x-4)^2\cdot(x+1)}{x^2-25} \le 0$

eşitsizliğini sağlayan x doğal sayılarının toplamı kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 10 D) 15 E) 21

9. $3x + a > -x + 4$

eşitsizliğini sağlayan x in en geniş değer aralığı (–3, ∞) olduğuna göre, a kaçtır?

A) –8 B) –6 C) –4 D) 8 E) 16

10. $(x^2 + 4)\cdot(x^2 - 2x + 1) \le 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. $\dfrac{1}{x-2} \ge 1$

eşitsizliğini sağlayan x in en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–∞, 2) B) (2, ∞) C) [2, 3] D) (2, 3] E) (3, ∞)

12. Bir tam sayının karesi kendisinin 3 katının 10 fazlasından küçüktür.

Buna göre, bu tam sayının alabileceği kaç farklı değer vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

13. $\dfrac{3x-12}{1-x} > 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $\dfrac{|x-2|}{x^2-9} < 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

15. $x^2 + 6x \le -3x + 10$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayı vardır?

A) 8 B) 9 C) 10 D) 11 E) 12

16. $x^2 - 4x - 21 < 0$

$\dfrac{6-x}{x-1} \le 0$

eşitsizlik sistemini sağlayan x in en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (1, 7] B) [–3, 6] C) (1, 6] D) (–3, 1) ∪ [6, 7) E) (–3, 1) ∪ (6, 7)

1 E 2 B 3 E 4 C 5 D 6 D 7 A 8 C 9 E 10 A 11 D 12 D 13 B 14 C 15 E 16 D

KONU TESTİ - 1 (Çözümler)

1. $x - \dfrac{x-2}{3} < \dfrac{3x-1}{4}$ payda eşitleyelim.

$12x - 4x + 8 < 9x - 3$

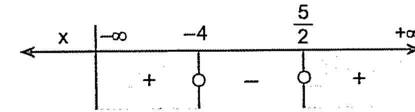
$8x + 8 < 9x - 3$

$11 < x$

Yanıt E

2. Kökler $x = \dfrac{5}{2}$ ve $x = -4$ tür.

İki çarpanda da x in işareti (+) olduğundan tabloya (+) ile başlarız.

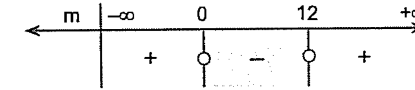


Taralı alanlarda bulunan x in en küçük pozitif tam sayı değeri 3 tür.

Yanıt B

3. Reel kökü olmadığına göre Δ < 0 olur.

$m^2 - 4\cdot m\cdot 3 < 0 \Rightarrow m\cdot(m-12) < 0$



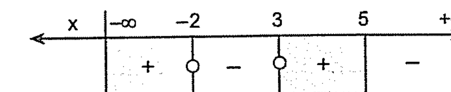
Buna göre, m sayısı 13 olamaz.

Yanıt E

4. $\dfrac{x^2-x-6}{5-x} \ge 0 \Rightarrow \dfrac{(x-3)\cdot(x+2)}{5-x} \ge 0$

Kökler: x = 3 , x = –2 , x = 5

İşaret: $\dfrac{(+)\cdot(+)}{(-)} = \dfrac{(+)}{(-)} = (-)$



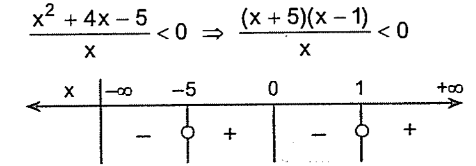
Bu aralıklardaki pozitif tam sayıların toplamı 3 + 4 = 7 olur. Paydada olduğundan 5 i almayız.

Yanıt C

5. $x + 4 < \dfrac{5}{x}$

$x + 4 - \dfrac{5}{x} < 0$

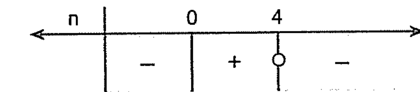
$\dfrac{x^2+4x-5}{x} < 0 \Rightarrow \dfrac{(x+5)(x-1)}{x} < 0$



Yanıt D

6. Zıt işaretli kökler olduğundan $x_1 \cdot x_2 < 0$ olur.

$x_1 \cdot x_2 = \dfrac{c}{a} = \dfrac{4-n}{n} < 0$



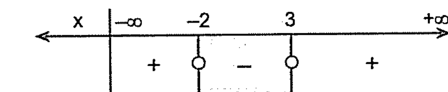
Bu aralıktaki en küçük pozitif tam sayı 5 olur.

Yanıt D

7. $x^2 - 4 < x + 2$

$x^2 - x - 6 < 0$

$(x-3)\cdot(x+2) < 0$



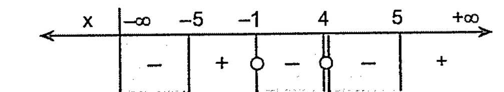
Bu aralıktaki tam sayıların toplamı

(–1) + 0 + 1 + 2 = 2 olur.

Yanıt A

8. $\dfrac{(x-4)^2\cdot(x+1)}{(x-5)\cdot(x+5)} \le 0$

4, çift katlı köktür.



Bu aralıklardaki doğal sayıların toplamı

0 + 1 + 2 + 3 + 4 = 10 olur.

Yanıt C

9. $3x + a > -x + 4$

$4x > 4 - a$

$x > \dfrac{4-a}{4}$

$\dfrac{4-a}{4} = -3 \Rightarrow 4 - a = -12 \Rightarrow a = 16$

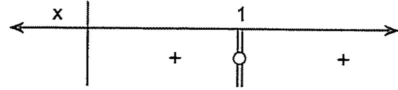
Yanıt E

10. $(x^2 + 4)\cdot(x^2 - 2x + 1) \leq 0$

$(x^2 + 4)\cdot(x - 1)^2 \leq 0$

eşitsizliğinde x = 1 çift katlı köktür.

$x^2 + 4 = 0$ ın kökü yoktur.



Buna göre, x in sadece 1 değeri vardır.

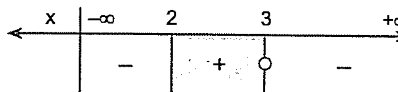
Yanıt A

11. $\dfrac{1}{x-2} \geq 1 \Rightarrow \dfrac{1}{x-2} - 1 \geq 0$

$\dfrac{1-x+2}{x-2} \geq 0$

$\dfrac{3-x}{x-2} \geq 0$

Payın işareti (–), paydanın işareti (+) olduğundan tabloya (–) ile başlarız.



Buna göre, çözüm aralığı (2, 3] olur.

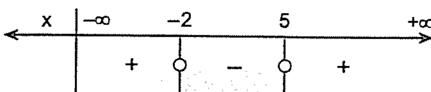
Yanıt D

12. Tam sayı x olsun. Karesi, kendisinin 3 katının 10 fazlasından küçük ise,

$x^2 < 3x + 10$

$x^2 - 3x - 10 < 0$

$(x - 5)\cdot(x + 2) < 0$



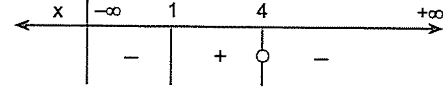
Bu aralıktaki tam sayılar –1, 0, 1, 2, 3, 4 tür.

Yanıt D

13. $\dfrac{3x-12}{1-x} > 0$

Kökler 4 ve 1 dir.

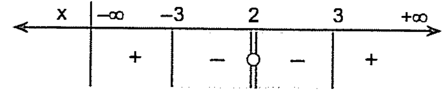
Payın işareti (+), paydanın işareti (–) olduğundan tabloya (–) ile başlarız.



Bu aralıktaki tam sayılar 2 ve 3 tür.

Yanıt B

14. $\dfrac{|x-2|}{(x-3)(x+3)} < 0$ eşitsizliğinde x = 2 çift katlı kök olur.



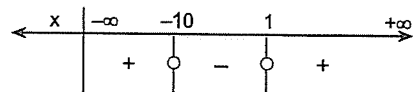
Bu aralıktaki tam sayılar –2, –1, 0, 1 dir.

Yanıt C

15. $x^2 + 6x \leq -3x + 10$

$x^2 + 9x - 10 \leq 0$

$(x + 10)(x - 1) \leq 0$



Bu aralıkta 12 tam sayı vardır.

Yanıt E

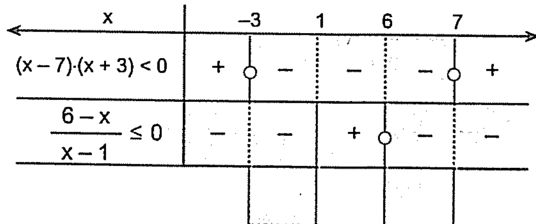
16. $x^2 - 4x - 21 < 0$

$(x - 7)(x + 3) < 0$

Kökleri x = –3 ve x = 7 dir. İşaret (+) ile başlar.

$\dfrac{6-x}{x-1} \leq 0$

Kökleri x = 1 ve x = 6 dır. İşaret $\dfrac{(-)}{(+)} = (-)$ ile başlar.



Ortak çözüm kümesi (–3, 1) ∪ [6, 7) olur.

Yanıt D

KONU TESTİ - 2

1. $-x^2 + 6x > 0$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 10 B) 12 C) 15 D) 20 E) 21

2. $\dfrac{x-7}{x^2} > 0$

eşitsizliğini sağlayan <u>en küçük</u> x tam sayısı kaçtır?

A) 0 B) 1 C) 6 D) 7 E) 8

3. $\dfrac{(x-3)^{2000}}{(1-x)^{1999}} > 0$

eşitsizliğini sağlayan x in <u>en geniş</u> değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–∞, 1) B) [3, ∞) C) (1, ∞) D) (3, ∞) ∪ {1} E) (1, ∞) – {3}

4. $mx^2 - (m - 4)x + 2m - 1 = 0$

ikinci dereceden denkleminin iki farklı negatif kökü olduğuna göre, m nin en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) (–∞, 0) B) $\left(-\infty, \dfrac{1}{2}\right)$ C) $\left(0, \dfrac{1}{2}\right)$ D) $\left(\dfrac{1}{2}, 4\right)$ E) (0, 4)

5. $2^{x^2} < 2^{-2x+8}$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

6. $\dfrac{x-5}{x+1} < \dfrac{3}{2}$

eşitsizliğini sağlayan <u>en büyük</u> negatif tam sayı değeri kaçtır?

A) –14 B) –12 C) –6 D) –4 E) –1

7. $(x - 6)(1 - x) \geq 1 - x$

eşitsizliğini sağlayan tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

A) 19 B) 20 C) 21 D) 27 E) 28

8. $\dfrac{3^x \cdot (x^2 - 16)}{(x-3)^4} < 0$

eşitsizliğini sağlayan x in en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) [–4, 4] B) (–4, 4) – {3} C) (–4, 3) D) (3, 4) E) (3, ∞)

9. $\frac{1}{x+4} \geq \frac{1}{x-4}$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayı değeri vardır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

10. $\frac{x}{x+2} \leq \frac{x+2}{x-1}$

eşitsizliğini sağlayan x in negatif tam sayı değeri kaçtır?

A) –5 B) –4 C) –3 D) –2 E) –1

11. $x^2 + (k+12)x - k^2 = 0$

ikinci dereceden denklemin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 + x_2 > x_1 \cdot x_2$

olduğuna göre, k nin en küçük doğal sayı değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

12. $x \cdot (x-2) \cdot (5-x) \geq 0$

eşitsizliğini sağlayan x doğal sayılarının toplamı kaçtır?

A) 9 B) 11 C) 14 D) 17 E) 20

13. $x^2 - (m-2)x + m = 0$

denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} < 2$

olduğuna göre, m nin en büyük negatif tam sayı değeri kaçtır?

A) –1 B) –2 C) –3 D) –4 E) –5

14. $8 < x^2 + 2x \leq 48$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayı değeri vardır?

A) 6 B) 7 C) 8 D) 9 E) 10

15. $x^3 - 4x < 0$

eşitsizliğini sağlayan x in en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-2, \infty)$ B) $(-\infty, 2)$
C) $(-2, 2) - \{0\}$ D) $(-\infty, -2) \cup (0, 2)$
E) $(-2, 0) \cup (2, \infty)$

16. $(-x+2)^4 \cdot (3+x)^5 \cdot (5-x)^7 > 0$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 5 D) 7 E) 9

karekök

1 C 2 E 3 A 4 D 5 B 6 A 7 E 8 B 9 C 10 E 11 D 12 C 13 C 14 C 15 D 16 C

ÖSYS SORULARI

1. $\frac{-(x+4)(x+5)^2}{x} > 0$

eşitsizliğini sağlayan negatif tamsayılardan en küçüğü kaçtır?

A) –6 B) –5 C) –3 D) –2 E) –1

(ÖYS 1993)

2. $(x-4)^2 (x+5)(6-x) > 0$

eşitsizliğini sağlayan tamsayıların toplamı kaçtır?

A) 1 B) 0 C) –1 D) –2 E) –3

(ÖSS 1995)

3. $(p+6)x^2 + 17(p+1)x + 5(p-2) = 0$ denkleminin gerçel kökleri x_1, x_2 dir.

$x_1 < 0 < x_2$

$|x_1| > x_2$

olması için p nin alabileceği değerler aşağıdaki aralıklardan hangisidir?

A) $(-6, -1)$ B) $(-1, 3)$ C) $(0, 3)$
D) $(-1, 2)$ E) $(-\infty, -6)$

(ÖYS 1995)

4. $x^2 - 3mx + m - 3 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} > 4$

olduğuna göre, m nin alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, +\infty)$ B) $(-\infty, 12)$ C) $R - \{12\}$
D) $(3, 12)$ E) $(0, 12)$

(ÖYS 1996)

5. $\frac{x}{2} - \frac{3}{x} > 0$

olduğuna göre, x in alabileceği en küçük tamsayı değeri kaçtır?

A) 4 B) 2 C) –1 D) –2 E) –4

(ÖSS 1997)

6. **4 katının 5 fazlası, kendisinin karesinden büyük olan en büyük tamsayı aşağıdakilerden hangisidir?**

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

(ÖYS 1997)

karekök

7. $\frac{(x^2-2)(x^2+4)}{x^2-4} < 0$

eşitsizliğinin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-2, -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}, 2)$
B) $(-2, 0) \cup (\sqrt{2}, 2)$
C) $(-\infty, -\sqrt{2}) \cup (2, +\infty)$
D) $(-\sqrt{2}, 2)$
E) $[-\sqrt{2}, 2]$

(ÖYS 1997)

8. $(1 - m)x^2 + 4x + m^2 - 4 = 0$

denkleminin biri pozitif, diğeri negatif iki gerçel kökü varsa m nin alabileceği değerler kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(1, \infty)$
B) $(-2, 2)$
C) $(-1, 0) \cup (1, \infty)$
D) $(-2, 1) \cup (2, \infty)$
E) $(-2, 0) \cup (1, \infty)$

(ÖSS 2006 II)

9. $(2x - 1)(4x^2 - 1) < 0$

eşitsizliğinin gerçel sayılardaki çözüm kümesi aşağıdaki açık aralıkların hangisidir?

A) $\left(-\infty, \frac{-1}{2}\right)$
B) $\left(\frac{-1}{2}, 0\right)$
C) $\left(\frac{-1}{2}, \frac{1}{2}\right)$
D) $\left(\frac{1}{4}, \frac{1}{2}\right)$
E) $\left(\frac{1}{2}, \infty\right)$

(LYS 2010)

10. $\left.\begin{array}{l} x(3-x) > 0 \\ (2x+1)(x-2) < 0 \end{array}\right\}$

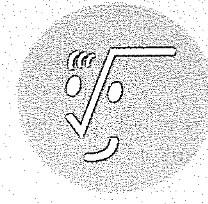
Yukarıda verilen eşitsizlik sisteminin çözüm kümesi (a, b) açık aralığı olduğuna göre, a – b farkı kaçtır?

A) –2
B) 0
C) 1
D) $\frac{1}{2}$
E) $\frac{3}{2}$

(LYS 2011)

karekök

1	C	2	A	3	D	4	D	5	D	6	B	7	A	8	D	9	A	10	A



KARMA TESTLER

PARABOL

KARMA TEST - 1

1. $x^2 - 2x - 24 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

   $x_1 > x_2$

   olduğuna göre, $2x_1 - 3x_2$ kaçtır?

   A) 6 B) 12 C) 16 D) 18 E) 24

2. $$x^3 - 3x^2 - 4x = 0$$

   denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

   A) {0} B) {–1, 4} C) {–4, 1} D) {–1, 0, 4} E) {–4, 0, 1}

3. $$x^2 - (n + 3)x + n - 1 = 0$$

   denkleminin köklerinin çarpımı, köklerinin toplamının 2 katına eşittir.

   Buna göre, n kaçtır?

   A) –7 B) –5 C) –3 D) 2 E) 5

4. $$x^2 - 3x + k - 1 = 0$$

   denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

   $x_1 - 3x_2 = 7$

   olduğuna göre, k kaçtır?

   A) –5 B) –3 C) –1 D) 3 E) 4

5. **$y = x^2 + 4x - 5$ parabolünün x eksenini kestiği noktalar arasındaki uzaklık kaç br dir?**

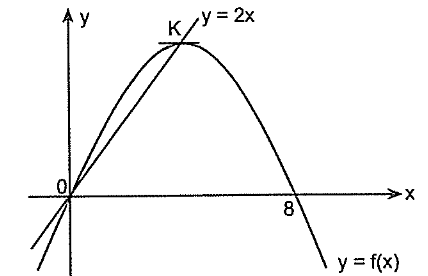
   A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6. $$\frac{(x+3)^3(x-1)}{4-x} \leq 0$$

   eşitsizliğinin çözüm aralıklarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

   A) $(-\infty, -3]$ B) $[-3, 1]$ C) $[1, 4)$ D) $[1, \infty)$ E) $(3, \infty)$

7.



Tepe noktası K olan şekildeki parabol y = 2x doğrusu ile K noktasında kesişiyor.

Buna göre, parabolün tepe noktasının ordinatı kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 12 E) 16

karekök

8. $x^4 - 21x^2 - 100 = 0$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

A) –100 B) –50 C) –25 D) 25 E) 100

9. $x^2 - x > 3x + 12$

eşitsizliğini sağlamayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 11

10. $x^2 - 2x - 10 = 0$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1(x_2 - 2) + x_2(x_1 - 2)$ ifadesinin değeri kaçtır?

A) –24 B) –16 C) –12 D) –8 E) –6

11. **A(2, 0), B(8, 0) ve C(4, –4) noktalarından geçen parabolün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x - 5$

B) $y = x^2 - 5x + 8$

C) $y = x^2 - 10x + 16$

D) $y = \frac{1}{2}x^2 + 4x + 5$

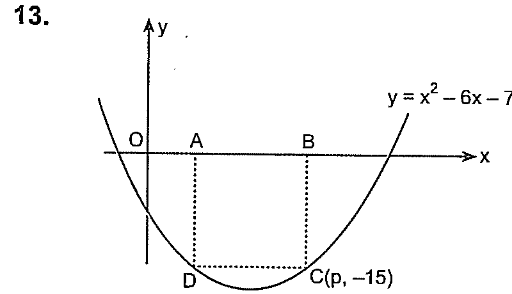
E) $y = \frac{1}{2}x^2 - 5x + 8$

12. $\sqrt{x-2} = x - 4$

denkleminin kökü kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

13.



Yukarıda verilen parabolde ABCD dikdörtgeninin alanı kaç br² dir?

A) 25 B) 30 C) 40 D) 45 E) 60

14. $\frac{|x^2 - 9| \cdot (4 - x)}{x} > 0$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 0) - \{-3\}$

B) $(-3, 4)$

C) $(0, 4) - \{3\}$

D) $(-3, 3) - \{0\}$

E) $(-3, 0) \cup (3, 4)$

1 E 2 D 3 A 4 B 5 D 6 B 7 C 8 C 9 D 10 A 11 E 12 D 13 B 14 C

KARMA TEST - 2

1. $y = x^2 - 4x + 9$

parabolünün tepe noktasının ordinatı kaçtır?

A) 1 B) 3 C) 5 D) 7 E) 9

2. $\frac{x}{x-2} - \frac{x-1}{x} = 1$

denklemini sağlayan x değerlerinin toplamı kaçtır?

A) –5 B) –2 C) 3 D) 5 E) 7

3. $x^2 - (k + 6)x - 2k = 0$

denkleminin kökleri birbirine eşit olduğuna göre, k nin alabileceği değerler farkı aşağıdakilerden hangisi olabilir?

A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

4. $a \geq \frac{4}{a}$

eşitsizliğini sağlayan a nın kaç farklı negatif tam sayı değeri vardır?

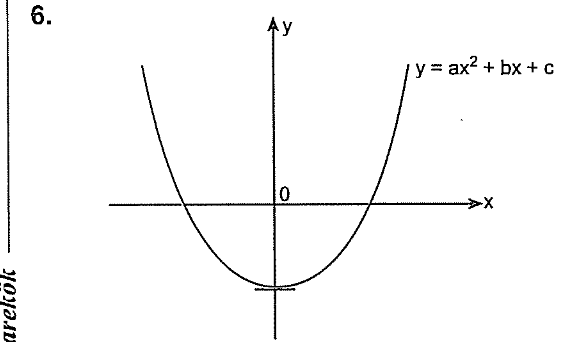
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. $2x^2 - (m + 1)x + 1 = 0$

denkleminin köklerinden biri –2 olduğuna göre, m kaçtır?

A) $-\frac{11}{2}$ B) –5 C) $-\frac{9}{2}$ D) –4 E) $-\frac{7}{2}$

6.



Tepe noktası y ekseni üzerinde olan şekildeki parabol ile ilgili aşağıdakilerden hangisi yanlıştır?

A) $a - c > 0$

B) $b^2 - 4ac > 0$

C) $a \cdot b < 0$

D) $(a + c) \cdot b = 0$

E) $b + c < 0$

7. $x^2 - nx + 3 = 0$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$1 + \frac{4}{x_1} = x_2$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) –6 B) –4 C) –2 D) 3 E) 4

8. $\left(\frac{5}{2}\right)^{x^2} > \left(\frac{2}{5}\right)^{x-6}$

eşitsizliğini sağlayan en geniş değer aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -3)$ B) $(0, 2)$
C) $(-3, 2)$ D) $(-\infty, -2) \cup (3, \infty)$
E) $(-\infty, -3) \cup (2, \infty)$

9. **Köklerinden biri $1 - \sqrt{5}$ olan rasyonel katsayılı ikinci dereceden denklem aşağıdakilerden hangisidir?**

A) $x^2 + 4x - 2 = 0$ B) $x^2 + 2x - 4 = 0$
C) $x^2 - 4x - 2 = 0$ D) $x^2 - 2x - 4 = 0$
E) $x^2 - 2x + 4 = 0$

10. $x^2 - 6x + k + 1 = 0$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\frac{x_1}{x_2} = \frac{1}{2}$

olduğuna göre, k kaçtır?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

11. **$y = -x^2 + 4x - 1$ parabolü ile $y = 2x - 4$ doğrusunun kesişim noktalarından biri aşağıdakilerden hangisidir?**

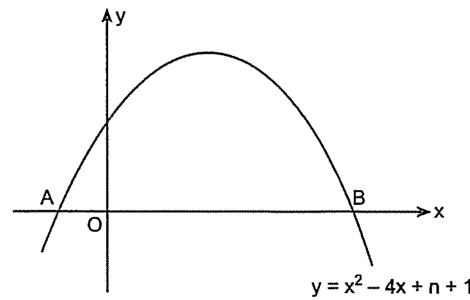
A) $(-1, -6)$ B) $(-2, -8)$ C) $(1, -2)$
D) $(0, -4)$ E) $(2, 0)$

12. $\frac{x^2 \cdot (x+4)}{5-x} > 0$

eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 2 B) 4 C) 5 D) 6 E) 8

13.



$y = x^2 - 4x + n + 1$ parabolünde

$5 \cdot |AO| = 3 \cdot |OB|$

olduğuna göre, n kaçtır?

A) –61 B) –57 C) –49 D) –37 E) –28

14. $x^2 + px + 6 = 0$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1^2 + x_2^2 = 37$

olduğuna göre, p nin pozitif değeri kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

1 C 2 D 3 E 4 B 5 A 6 C 7 B 8 E 9 D 10 C 11 A 12 B 13 A 14 D

1. $(x - 3)(x + 2) = 6$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $\{-4, 3\}$ B) $\{-4, -1\}$ C) $\{-3, 2\}$
D) $\{-3, 4\}$ E) $\{-1, 4\}$

2. $x(x - 4) < x - 4$

eşitsizliğinin çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, -4)$ B) $(-\infty, -1)$ C) $(-4, 1)$
D) $(1, 4)$ E) $(4, \infty)$

3. Simetri ekseni $x = -4$ doğrusu olan

$y = x^2 + nx + 6 - n$

parabolünün y eksenini kestiği noktanın ordinatı kaçtır?

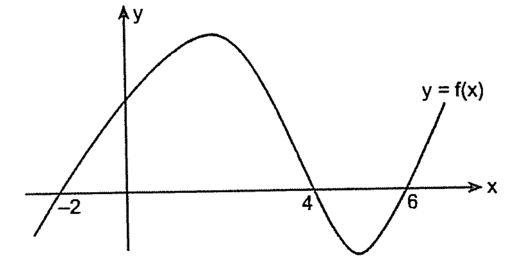
A) –4 B) –2 C) –1 D) 2 E) 4

4. $\frac{6}{x^2} - \frac{5}{x} + 1 = 0$

denkleminin büyük kökü kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

5.

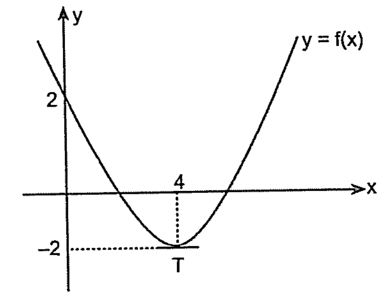


Yukarıda y = f(x) eğrisi veriliyor.

Buna göre, $x \cdot f(x) \leq 0$ eşitsizliğini sağlayan x tam sayılarının toplamı kaçtır?

A) 4 B) 6 C) 8 D) 10 E) 12

6.



Yukarıda tepe noktası T olan y = f(x) parabolü veriliyor.

Buna göre, f(1) kaçtır?

A) $\frac{1}{4}$ B) $\frac{1}{2}$ C) $\frac{2}{3}$ D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{7}{8}$

7. $x^2 - 2x - 10 = 0$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $|x_1 - x_2|$ kaçtır?

A) 6 B) $2\sqrt{10}$ C) $2\sqrt{11}$ D) $4\sqrt{3}$ E) $5\sqrt{3}$

8. $(9-x^2)x \le 0$

$\dfrac{x-6}{(1-x)(x+4)} > 0$

eşitsizlik sistemini sağlayan tam sayıların toplamı kaçtır?

A) 6 B) 8 C) 12 D) 14 E) 16

9. $x^2-(x_1+2)x-x_2=0$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $x_1^3-x_2^3$ kaçtır?

A) −9 B) −7 C) −3 D) 7 E) 9

10. $2^{2x}-9\cdot2^x+8=0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {0} B) {1} C) {3} D) {0, 3} E) {1, 3}

11. $y=x^2+5x-m$ parabolü ile $y=x$ doğrusu iki farklı noktada kesişmektedir.

Buna göre, m nin <u>en küçük</u> tam sayı kaçtır?

A) −5 B) −4 C) −3 D) −2 E) −1

12. $mx^2-5mx+12=0$

denkleminin kökleri 2 ve 3 ile orantılıdır.

Buna göre, m kaçtır?

A) −3 B) −2 C) 1 D) 2 E) 3

13. $x^2-(p-3)x-p=0$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$\dfrac{1}{x_1}+\dfrac{1}{x_2}>0$

eşitsizliğini sağlayan p nin kaç farklı tam sayı değeri vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

14. $f(x)=x^2-4x+k$

fonksiyonunun <u>en küçük</u> değeri 2 olduğuna göre, k kaçtır?

A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

15. $\dfrac{1}{x-3}-\dfrac{1}{x}=2$

denkleminin pozitif kökü kaçtır?

A) $\dfrac{4+\sqrt{15}}{2}$ B) $\dfrac{3+\sqrt{15}}{4}$ C) $\dfrac{2+\sqrt{15}}{2}$ D) $\dfrac{3+\sqrt{14}}{2}$ E) $\dfrac{3+\sqrt{15}}{2}$

1 D	2 D	3 B	4 B	5 E	6 A	7 C	8 C	9 A	10 D	11 C	12 D	13 B	14 C	15 E

KARMA TEST - 4

1. $(3x^2+9)\cdot(x^2-4x+4)=0$

denkleminin kaç farklı reel kökü vardır?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

2. $x^2-12x+9=0$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, $\sqrt{\dfrac{x_2}{x_1}}+\sqrt{\dfrac{x_1}{x_2}}$ kaçtır?

A) 2 B) $\dfrac{8}{3}$ C) 3 D) $\dfrac{10}{3}$ E) 4

3. A(1, −2) noktası $y=x^2+nx+n+1$ parabolü üzerindedir.

Buna göre, bu parabolün y eksenini kestiği nokta aşağıdakilerden hangisidir?

A) (0, −1) B) (0, −3) C) (0, 1) D) (−1, 0) E) (−2, 0)

4. $\dfrac{x^3}{x^2-6x+9}>0$

eşitsizliğini sağlayan <u>en küçük</u> üç doğal sayının toplamı kaçtır?

A) 3 B) 6 C) 7 D) 9 E) 15

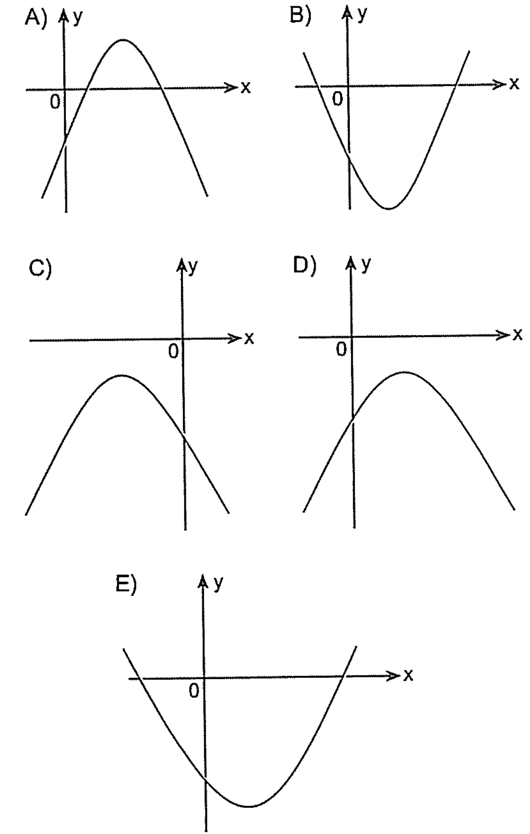
5. $(a-2)x^3-ax^2-4x+a+3=0$

ikinci dereceden denkleminin köklerinin çarpımı kaçtır?

A) −3 B) $-\dfrac{5}{2}$ C) $-\dfrac{1}{2}$ D) $\dfrac{3}{2}$ E) 2

6. $f(x)=-x^2+4x-6$

fonksiyonunun grafiği aşağıdakilerden hangisi olabilir?



7. **m < 0 < n olmak üzere,**

$(x-m)^2\cdot(n-x)>0$

eşitsizliğinin en geniş çözüm aralığı aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, m)\cup(n, \infty)$ B) (m, ∞) C) (m, n) D) $(-\infty, m)$ E) $(-\infty, n)-\{m\}$

8. $x^2 - (4-k)x - k = 0$

denkleminin reel kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 < 0 < x_2$ ve $x_2 > |x_1|$

olduğuna göre, k nin tam sayı değerlerinin toplamı kaçtır?

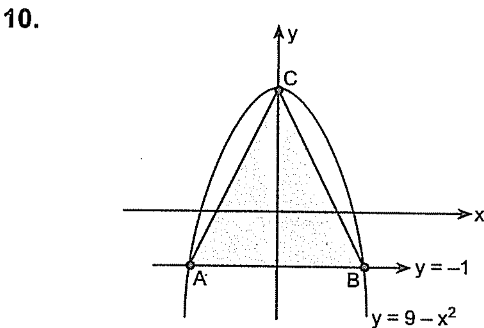
A) 3 B) 5 C) 6 D) 7 E) 9

9. $\left(x+\frac{1}{x}\right)^2 - \left(x+\frac{1}{x}\right) - 12 = 0$

olduğuna göre, $x^2 + \frac{1}{x^2}$ aşağıdakilerden hangisine eşit olabilir?

A) 14 B) 16 C) 18 D) 20 E) 22

10.



$y = 9 - x^2$ parabolü ile $y = -1$ doğrusu A ve B noktalarında kesişiyor.

Buna göre, A(ABC) kaç br² dir?

A) $2\sqrt{10}$ B) $4\sqrt{5}$ C) $4\sqrt{10}$ D) $10\sqrt{5}$ E) $10\sqrt{10}$

11. $\sqrt{4x^2-4x} + \sqrt{9x^2-9x} = 5\sqrt{6}$

olduğuna göre, x in pozitif değeri kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

12. $y = x^2 - 6x + 3m - 1$

parabolü x eksenini iki farklı noktada kesmektedir.

Buna göre, m nin alabileceği <u>en büyük</u> tam sayı değeri kaçtır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

13. $f(x) = -x^2 + 4x - 1$

fonksiyonunun görüntü kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(-\infty, 2)$ B) $(-\infty, 3)$ C) $(2, 3)$ D) $(2, \infty)$ E) $(3, \infty)$

14. $x\cdot(3-x) \geq x$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayısı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

karekök

1 B 2 E 3 A 4 C 5 B 6 D 7 E 8 C 9 A 10 E 11 B 12 A 13 B 14 C

1. $\frac{x-1}{x+2} = \frac{x+2}{x+1}$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–2, 0} B) $\left\{-\frac{5}{4}, 0\right\}$ C) $\left\{-\frac{5}{4}\right\}$ D) ∅ E) R

2. $x^2 - 2x + m = 0$

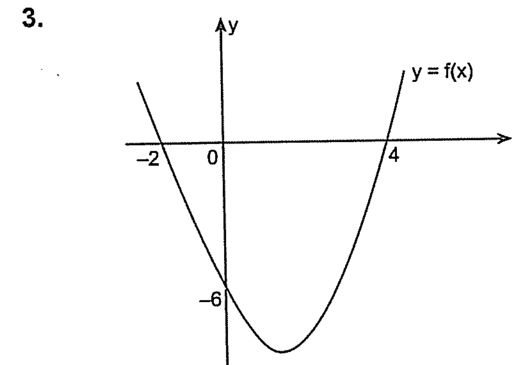
denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

$x_1 + 7 = x_1^2 - x_2$

olduğuna göre, m nin alabileceği değerler toplamı kaçtır?

A) –18 B) –12 C) –10 D) –8 E) –6

3.



Şekilde verilen y = f(x) parabolünün denklemi aşağıdakilerden hangisidir?

A) $y = \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{4}x - 6$ B) $y = \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2}x - 6$

C) $y = x^2 - 2x - 6$ D) $y = \frac{x^2}{2} - x - 6$

E) $y = \frac{2x^2}{3} - \frac{2x}{3} - 6$

4. $(x-4)(6-x)(-x-2) \leq 0$

eşitsizliğinin çözüm aralıklarından biri aşağıdakilerden hangisidir?

A) $(\infty, -1)$ B) $[-2, 4]$ C) $[4, 6]$ D) $[4, \infty)$ E) $[6, \infty)$

5. $\sqrt{4x-x^2} - x = 2$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {0} B) {2} C) {0, 2} D) {0, 4} E) ∅

6. Küpü ile karesinin 2 katının toplamı, kendisinin 8 katından küçük olan kaç farklı pozitif tam sayı vardır?

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $y = x^2 + (m+3)x - m - 6$

parabolünün x eksenini kestiği noktalar orijine eşit uzaklıktadır.

Buna göre, m kaçtır?

A) –6 B) –3 C) 0 D) 3 E) 6

karekök

8. $y = x^2 - 3x - 5$ parabolü $y = -x - n$ doğrusuna teğettir.

Buna göre, n kaçtır?

A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

9. $x^2 + 10x - m + 2 = 0$ denkleminin kökleri ardışık çift tam sayılardır.

Buna göre, m kaçtır?

A) −26 B) −22 C) −20 D) −16 E) −14

10. $\frac{2x-1}{x+3} < \frac{3}{4}$

eşitsizliğini sağlayan tam sayıların toplamı kaçtır?

A) −2 B) −1 C) 0 D) 1 E) 2

11. $x^2 - ax + b + 1 = 0$ denkleminin bir kökü 1,
$x^2 + bx - a + 2 = 0$ denkleminin bir kökü −2 dir.

Buna göre, b kaçtır?

A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{3}$ E) $\frac{8}{3}$

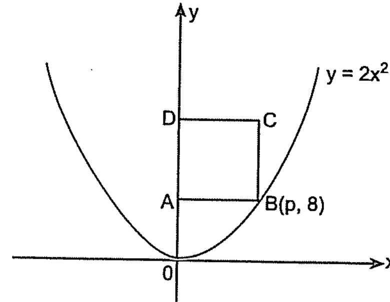
karekök

12. $\frac{5^{x-1} \cdot |x-2|}{x^2 - 16} \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı tam sayı vardır?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

13.



Yukarıda verilen $y = 2x^2$ parabolü ABCD karesinin B(p, 8) köşesinden geçmektedir.

Buna göre, C noktasının koordinatları toplamı kaçtır?

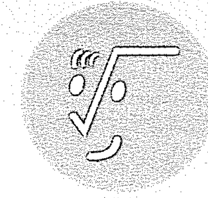
A) 10 B) 12 C) 14 D) 16 E) 18

14. $\sqrt{x-1} - \frac{14}{\sqrt{x-1}} = 5$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) 8 B) 14 C) 24 D) 42 E) 50

1 C	2 A	3 B	4 C	5 E	6 A	7 B	8 E	9 B	10 C	11 D	12 E	13 B	14 E



İDEAL SINAV

PARABOL

Adı:
Soyadı:

Tarih: / /

 KAPALI UÇLU SORULAR

Önerilen süre: 15 dk.

1. $\frac{1}{x} + \frac{1}{x-1} = 2$

eşitliğini sağlayan x reel sayılarının toplamı kaçtır?

Cevap: ☐

2. $3^{2x} - 4 \cdot 3^{x} + 3 = 0$

denkleminin çözüm kümesini bulunuz.

Cevap: ☐

3. $y = x^2 - (m + 4)x + m$

parabolünün tepe noktasının apsisi –1 olduğuna göre, parabolün y eksenini kestiği noktanın koordinatlarını bulunuz.

Cevap: ☐

4. $\frac{(x^2 - 1) \cdot (5 - x)}{6 - 2x} \leq 0$

eşitsizliğini sağlayan x in en geniş değer aralığını bulunuz.

Cevap: ☐

5. $x^2 - (n - 4)x - 3n = 0$

denkleminin zıt işaretli iki reel kökü olduğuna göre, n nin <u>en küçük</u> tam sayı değeri kaçtır?

Cevap: ☐

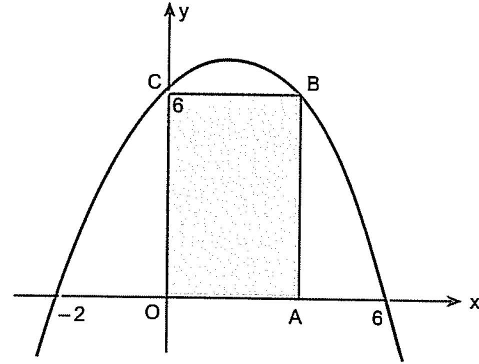
B ÇOKTAN SEÇMELİ SORULAR

Önerilen süre: 15 dk.

1. $\sqrt{x^2 - 8} - 2 = x$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

A) {–3, 0} B) {–3} C) {0} D) {0, 3} E) ∅

2. 

Yanda verilen parabole göre, OABC dikdörtgeninin alanı kaç br² dir?

A) 8 B) 12 C) 16 D) 20 E) 24

3. $\frac{x}{x+6} < \frac{1}{x}$

eşitsizliğini sağlayan tam sayıların toplamı kaçtır?

A) –12 B) –10 C) –9 D) –6 E) –4

4. **$y = x^2 + 4x + 1$ parabolü ile $y - 2x - 9 = 0$ doğrusunun kesim noktalarının ordinatları farkı aşağıdakilerden hangisi olabilir?**

A) 4 B) 6 C) 9 D) 12 E) 14

C BOŞLUK TAMAMLAMA

Önerilen süre: 15 dk.

1. $x^2 - 2x - 6 = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 dir.

Buna göre, aşağıda verilen boşluklara uygun değerleri yazınız.

a) $x_1^2 \cdot x_2 + x_1 \cdot x_2^2 =$ ....

b) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} =$ ....

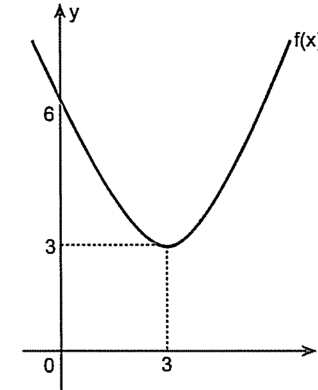
c) $|x_1 - x_2| =$ ....

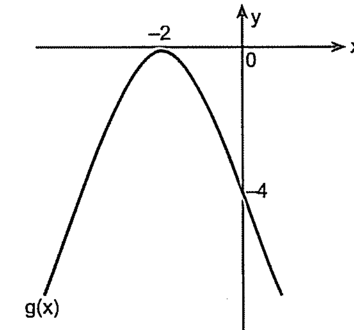
d) $\frac{1}{x_1 + 2} + \frac{1}{x_2 + 2} =$ ....

e) $x_1^2 + x_2^2 =$ ....

f) $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1} =$ ....

2. Aşağıda f(x) ve g(x) parabolleri veriliyor.





Buna göre, aşağıda verilen boşlukları doldurunuz.

a) $f(0) - g(0) =$ ....

b) $f(1) + g(-1) =$ ....

c) $\frac{f(6)}{g(-1)} =$ ....

d) $g(1) \cdot f(2) =$ ....

D DOĞRU CEVAP İLE EŞLEŞTİRME

Aşağıdaki soruların doğru cevaplarını karşılarındaki parçalarda bulup eşleştiriniz.

Önerilen süre: 10 dk.

Soru	Cevap
$x^2 - (k - 2)x + k - 1 = 0$ denkleminin çift katlı kökü olması için k nin alabileceği değerler toplamı nedir?	11
Karesi, kendisinin 4 katının 12 fazlasından büyük olan en küçük doğal sayı kaçtır?	7
$f(x) = -x^2 + 4x + 7$ fonksiyonunun alabileceği en büyük değer kaçtır?	4
Köklerinden biri $3 - \sqrt{5}$ olan rasyonel katsayılı ikinci dereceden denklemin kökler çarpımı kaçtır?	8

E DOĞRU VEYA YANLIŞ TESTİ

Önerilen süre: 10 dk.

Aşağıda verilen ifadelerin doğru ya da yanlış olduklarını karşılarında verilen kutulara işaretleyiniz.

	Doğru	Yanlış
1. Tepe noktası T(3, 4) olan parabolün simetri ekseni x = 4 doğrusudur.	☐	☐
2. Eşitsizlik tablolarında çift katlı köklerde işaret değişmez.	☐	☐
3. Diskriminantı sıfırdan küçük olan ikinci dereceden denklemlerin tek kökü vardır.	☐	☐
4. $y = mx^2$ şeklinde yazılan parabollerin tepe noktaları orijindir.	☐	☐

A) Kapalı uçlu soruların cevapları

1. $\underset{(x-1)}{\frac{1}{x}} + \underset{(x)}{\frac{1}{x-1}} = 2$

$\frac{x-1+x}{x^2-x} = 2$

$2x - 1 = 2x^2 - 2x$

$2x^2 - 4x + 1 = 0$

denkleminde kökler toplamı $-\frac{-4}{2} = 2$ olur.

2. $3^x = t$ olsun.

$t^2 - 4 \cdot t + 3 = 0$

$(t - 3) \cdot (t - 1) = 0$

$t = 3 \Rightarrow 3^x = 3 \Rightarrow x = 1$

$t = 1 \Rightarrow 3^x = 1 \Rightarrow x = 0$

Çözüm kümesi {0, 1} olur.

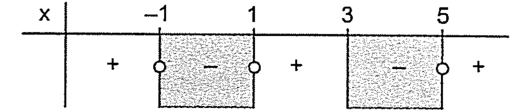
3. Tepe noktasının apsisi –1 ise

$-\frac{-(m+4)}{2} = -1 \Rightarrow m + 4 = -2 \Rightarrow m = -6$

$y = x^2 + 2x - 6$ parabolünün y eksenini kestiği nokta, $x = 0 \Rightarrow y = -6$ olup koordinatları (0, –6) dır.

4. $\frac{(x^2-1)\cdot(5-x)}{6-2x} \le 0 \Rightarrow \frac{(x-1)\cdot(x+1)\cdot(5-x)}{6-2x} \le 0$

eşitsizliğinde kökler –1, 1, 3, 5 tir. Payın işareti (–), paydanın işareti (–) olduğundan tabloya $\frac{(-)}{(-)} = (+)$ ile başlanır.



Çözüm aralığı $[-1, 1] \cap (3, 5]$ olur.

5. Denklemin zıt işaretli iki kökü varsa

$x_1 \cdot x_2 < 0 \Rightarrow \frac{c}{a} < 0$ olur.

$\frac{-3n}{1} < 0 \Rightarrow n > 0$

Buna göre, n nin en küçük tam sayı değeri 1 bulunur.

B) Çoktan seçmeli soruların cevapları

1. E 2. E 3. C 4. D

karekök

C) Boşluk tamamlamanın cevapları

1. a) –12

b) $-\frac{1}{3}$

c) $2\sqrt{7}$

d) 3

e) 16

f) $-\frac{8}{3}$

2. a) 10

b) $\frac{10}{3}$

c) –6

d) –30

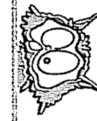
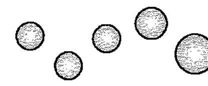
D) Doğru cevap ile eşleştirme

$x^2 - (k - 2)x + k - 1 = 0$ denkleminin çift katlı kökü olması için k nin alabileceği değerler toplamı nedir?	11
Karesi, kendisinin 4 katının 12 fazlasından büyük olan en küçük doğal sayı kaçtır?	7
$f(x) = -x^2 + 4x + 7$ fonksiyonunun alabileceği en büyük değer kaçtır?	4
Köklerinden biri $3 - \sqrt{5}$ olan reel katsayılı ikinci dereceden denklemin kökler çarpımı kaçtır?	8

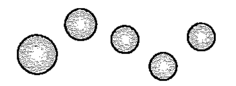
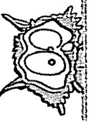
E) Doğru veya yanlış testi cevapları

	Doğru	Yanlış
1)	☐	✓
2)	✓	☐
3)	☐	✓
4)	✓	☐

karekök

Kuşbakışı

İkinci Dereceden Denklemlerde Kök Bulma

Diskriminant

$ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde diskriminant
$\Delta = b^2 - 4ac$ dir.

$\Delta > 0 \Rightarrow$ Denklemin iki farklı reel kökü vardır.

$\Delta = 0 \Rightarrow$ Denklemin tek reel kökü vardır.

$\Delta < 0 \Rightarrow$ Denklemin reel kökü yoktur.

- $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri:

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Köklerle Katsayılar Arasındaki İlişki

- $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminin kökleri x_1 ve x_2 olsun.

$$x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}$$

$$|x_1 - x_2| = \frac{\sqrt{\Delta}}{|a|}$$

- Kökleri x_1 ve x_2 olan ikinci dereceden denklem

$$x^2 - (x_1 + x_2) \cdot x + (x_1 \cdot x_2) = 0$$

şeklinde yazılır.

karekök

Parabol

- $y = ax^2 + bx + c$ parabolünde
  $x = 0$ için y eksenini kestiği nokta,
  $y = 0$ için x eksenini kestiği nokta bulunur.

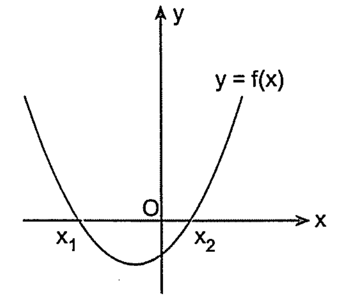
- $y = ax^2 + bx + c$ parabolünde
  $\Delta > 0 \Rightarrow$ Parabol x eksenini iki noktada keser.
  $\Delta = 0 \Rightarrow$ Parabol x eksenine teğettir.
  $\Delta < 0 \Rightarrow$ Parabol x eksenini kesmez.

- Tepe noktası T(r, k) olan parabolde
  $r = -\frac{b}{2a}$ dır.
  Tepe noktasının ordinatını bulmak için fonksiyonda x yerine r değeri yazılır.

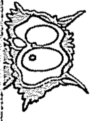
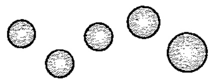
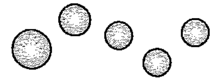
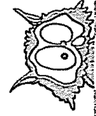
- Tepe noktasının ordinatı parabolün en küçük veya en büyük değeridir.

- Parabolün simetri ekseni x = r doğrusudur.

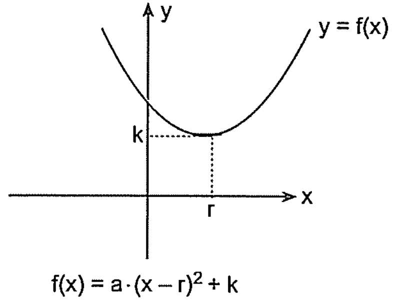
- x eksenini kestiği noktalar verilen parabol denklemi:



$$f(x) = a \cdot (x - x_1) \cdot (x - x_2)$$

  Kuşbakışı  

- Tepe noktası verilen parabol denklemi:



$f(x) = a \cdot (x - r)^2 + k$

Eşitsizlikler

- Eşitsizliklerin işaret tablosu yapılırken;

1) Fonksiyonun kökleri bulunur.

2) Tablonun en sağına konulacak işaret belirlenir.

3) Tek katlı köklerde işaret değişir, çift katlı köklerde işaret değişmez.

- Mutlak değerli çarpanların kökleri çift katlı kabul edilir.

- $ax^2 + bx + c = 0$ denkleminde,

1) $x_1 < 0 < x_2$ ise $\frac{c}{a} < 0$

2) $x_1 < 0 < x_2$ olup

$|x_1| < x_2$ ise $-\frac{b}{a} > 0$

$|x_1| > x_2$ ise $-\frac{b}{a} < 0$

3) $0 < x_1 < x_2 \Rightarrow \frac{c}{a} > 0$ ve $-\frac{b}{a} > 0$

$x_1 < x_2 < 0 \Rightarrow \frac{c}{a} > 0$ ve $-\frac{b}{a} < 0$